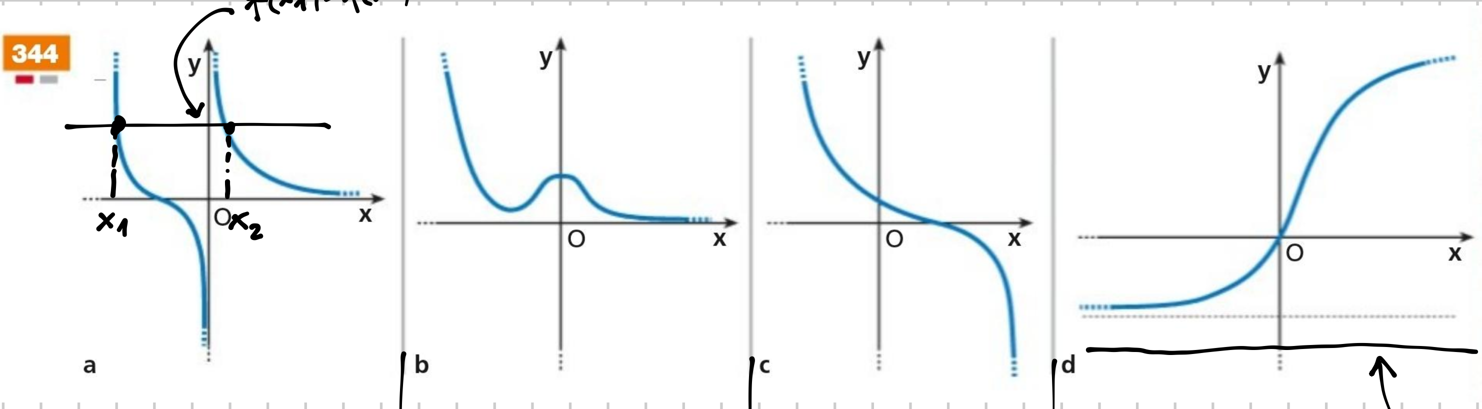
22/9/2020

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x_1)=f(x_2)$



NON INIETTIVA

SURIETTIVA

↓

perché ogni retta orizzontale interseca il grafico in almeno un punto

NON INIETTIVA

NON SURIETTIVA

BIETTIVA

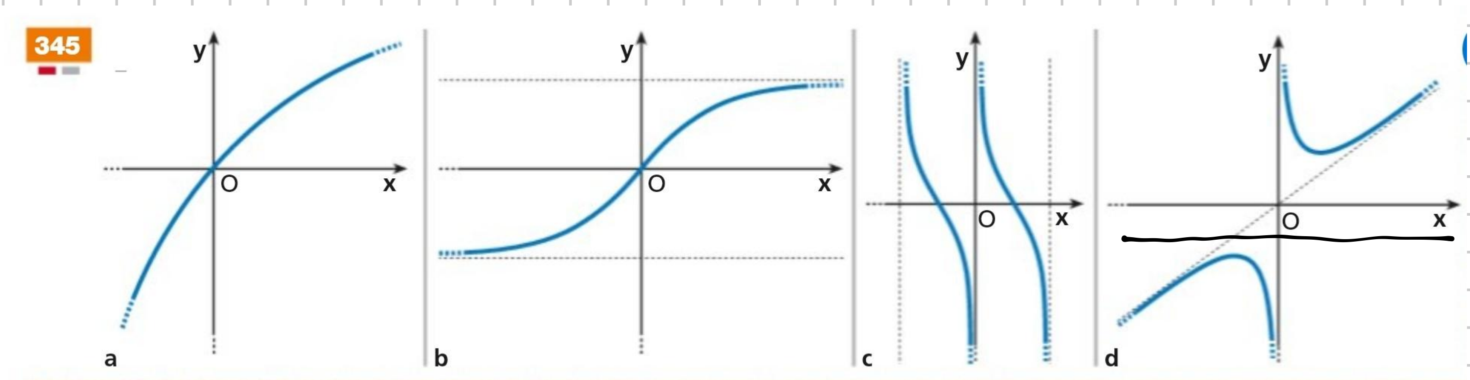
INIETTIVA

NON SURIETTIVA

ad es. la retta <u>NON</u> interseca il grafico

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$g: (-a,0) \cup (0,a) \to \mathbb{R}$



BIETTIVA

INIETTIVA

NON SURIETTIVA

NON INIETTIVA

SURIETTIVA

$h: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$

NON INIETTIVA

NON SURIETTIVA

347 **a.** Determina il dominio, l'insieme immagine e studia il segno della funzione $f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } |x| < 1 \\ |x-2| & \text{se } |x| \geq 1 \end{cases}$.

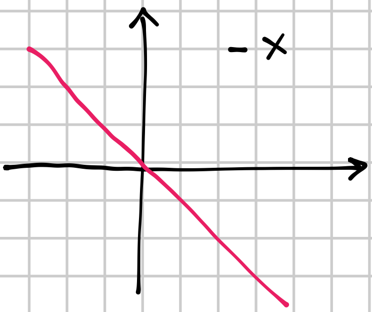
b. Calcola $f(-1), f(3), f\left(\frac{1}{2}\right)$ e determina le controimmagini di 0 e $-\frac{2}{5}$.

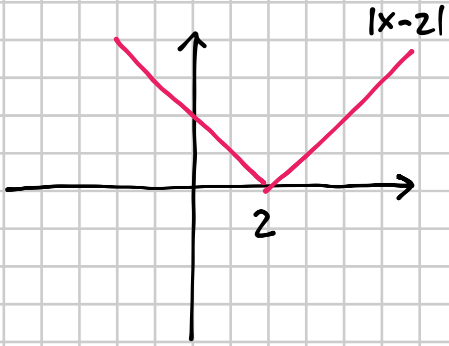
c. Rappresenta il grafico di $f(x)$ e conferma graficamente i risultati trovati.

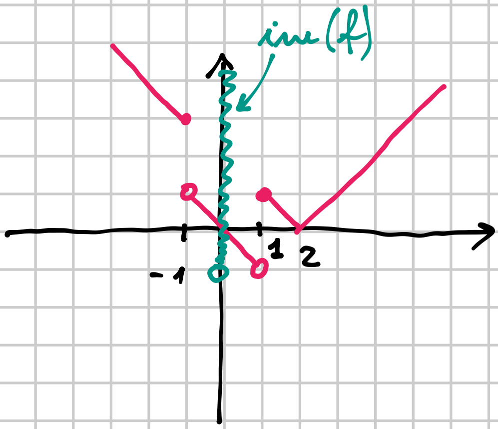
d. $f(x)$ è una corrispondenza biunivoca?

[a) D: $\mathbb{R}$, $Im(f)$: $y > -1$; $f(x) > 0$ per $x < 0 \vee 1 < x < 2 \vee x > 2$; b) $3, 1, -\frac{1}{2}, 0 \vee 2, \frac{2}{5}$; d) no]

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } -1 < x < 1 \\ |x-2| & \text{se } x \leq -1 \ \vee \ x \geq 1 \end{cases}$$







$D = \mathbb{R}$ $\quad im(f) =]-1, +\infty[$

GRAFICAMENTE

SEGNO

Graficamente si vede che $f(x) > 0$ per $x \in]-\infty, 0[\cup]1, 2[\cup]2, +\infty[$

$f(x) < 0$ per $x \in]0, 1[$

Algebricamente:

$f(x) > 0 \quad \begin{cases} -x > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \ \vee \ \begin{cases} |x-2| > 0 \\ x \leq -1 \ \vee \ x \geq 1 \end{cases}$

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } -1 < x < 1 \\ |x-2| & \text{se } x \leq -1 \ \vee \ x \geq 1 \end{cases}$$

$f(-1) = |-1-2| = 3 \qquad f(3) = |3-2| = 1 \qquad f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

$f^{-1}(\{0\}) = \{0, 2\} \qquad f^{-1}\left(\left\{-\frac{2}{5}\right\}\right) = \left\{\frac{2}{5}\right\} \qquad f^{-1}(\{-2\}) = \emptyset$

$\uparrow$

INSIEME DELLE CONTROIMMAGINI DI 0

0 e 2 sono le due controimmagini di 0

$\frac{2}{5}$ è l'unica controimmagine di $-\frac{2}{5}$

-2 non ha controimmagini

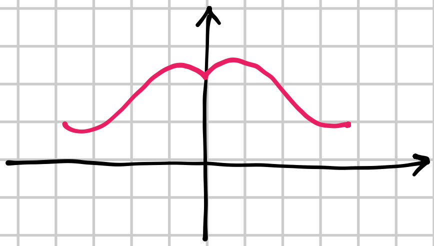
f non è una corrispondenza biunivoca (cioè non è biettiva)

FUNZIONI PARI E DISPARI

1) $f: D \to \mathbb{R}$ è PARI se

- $\forall x \in D \quad -x \in D$ (dominio simmetrico risp. a 0)
- $\forall x \in D \quad f(-x) = f(x)$

Il grafico di una funzione pari è simmetrico rispetto all'asse y



ESEMPI $\quad x^2, x^4, x^6, x^8, \dots$

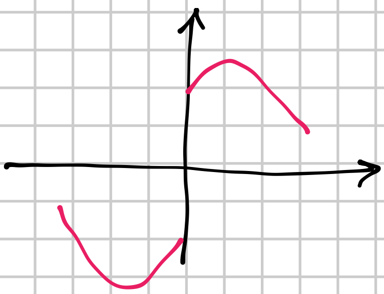
$\cos x$, $|x|$, costanti

$f(|x|)$

2) $f: D \to \mathbb{R}$ è DISPARI se

- $\forall x \in D \quad -x \in D$
- $\forall x \in D \quad f(-x) = -f(x)$

Il grafico di una funzione dispari è simmetrico rispetto all'origine degli assi



ESEMPI $\quad x, x^3, x^5, x^7, \dots$

$\sin x$, $\tan x$, $\arctan x$

ESEMPIO

Se $g, f: D \to \mathbb{R}$ sono g pari e f dispari, il loro prodotto $g \cdot f$ è dispari:

$$\underbrace{g(-x) \cdot f(-x)}_{(g \cdot f)(-x)} = g(x) \cdot [-f(x)] = -\underbrace{g(x) \cdot f(x)}_{-(g \cdot f)(x)}$$