23/9/2020

ESERCIZIO

Esistono funzioni pari e dispari? Se sì, trovarle

SÍ

Sia $f: D \to \mathbb{R}$ tale che $\forall x \in D \quad -x \in D$

$\forall x \in D \quad f(-x) = f(x)$

$f(-x) = -f(x)$

$$\forall x \in D \qquad \overbrace{f(x) = f(-x)}^{\text{PARI}} \underbrace{= -f(x)}_{\text{DISPARI}}$$

$$\Downarrow$$

$$f(x) = -f(x)$$

$$f(x) + f(x) = 0$$

$$2f(x) = 0$$

$$f(x) = 0$$

pag. 1381

404 $y = x\sqrt{x^2-1}$ verificare se sono pari o dispari

405 $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$

In 3 passi

1. Trova il dominio della funzione e controlla se è simmetrico rispetto all'origine.
2. Calcola $f(-x)$.
3. Applica la proprietà dei logaritmi:
$$\log \frac{1}{a} = -\log a.$$

406 $y = \ln|x| + 1$

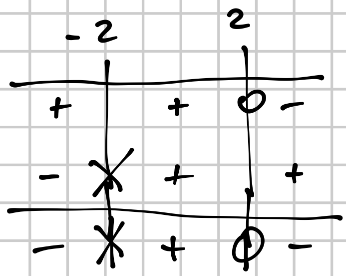
$\boxed{404}$ $y = x\sqrt{x^2-1}$ $\qquad x^2-1 \geq 0 \qquad x \leq -1 \vee x \geq 1$

$f(x) = x\sqrt{x^2-1}$ $\qquad D =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

$f(-x) = -x\sqrt{(-x)^2-1} = -x\sqrt{x^2-1} = -f(x)$ DISPARI

$\boxed{405}$ $f(x) = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$

DOMINIO $\frac{2-x}{2+x} > 0$ $\qquad$ N] $2-x>0 \quad x<2$ $\qquad$ D] $2+x>0 \quad x>-2$



$-2 < x < 2$

$D =]-2, 2[$

$f(-x) = \log_2 \frac{2+x}{2-x} = \log_2 \left(\frac{2-x}{2+x}\right)^{-1} = -\log_2 \frac{2-x}{2+x} = -f(x)$

DISPARI

406) $f(x) = \log|x| + 1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0\} =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

$f(-x) = \log|-x| + 1 = \log|x| + 1 = f(x)$ PARI

FUNZIONI PERIODICHE

$f: D \to \mathbb{R}$ si dice PERIODICA (di periodo T) se $T \neq 0$ reale

- $\forall x \in D \quad x + kT \in D \quad k \in \mathbb{Z}$
- $\forall x \in D \quad f(x) = f(x + kT)$

ESEMPI

$\underbrace{\sin x, \cos x}_{T = 2\pi \text{ (MINIMO)}}, \underbrace{\tan x, \cot x}_{T = \pi \text{ (MINIMO)}}, \ldots$

369 $y = \sin \frac{2}{3} x$ $[3\pi]$

Se $f(x)$ è una funzione di periodo T_1, allora $f(mx)$ è periodica di periodo $T = \frac{T_1}{m}$.

$\sin x \qquad T = 2\pi$

$\sin \frac{2}{3} x \qquad T = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$

370 $y = \sin x + \cos\frac{x}{2}$ [4π]

$T_1 = 2\pi$ $T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ $T = 4\pi$

376 $y = 2\cos\frac{x}{4} - \tan\frac{x}{6}$ [24π]

$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$ $T_2 = \frac{\pi}{\frac{1}{6}} = 6\pi$ $T = 24\pi$