

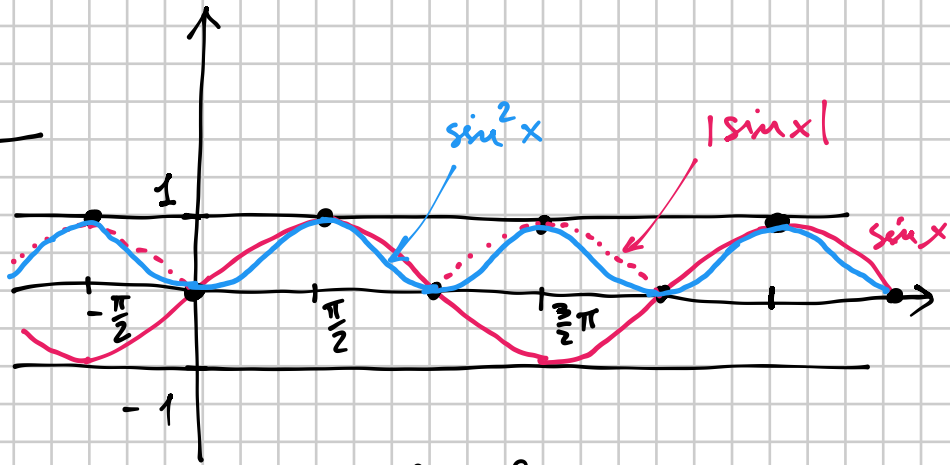
24/9/2020

380 $y = \sin^2 2x$

$\left[\frac{\pi}{2} \right]$

$\sin^2 x$ come è fatto?

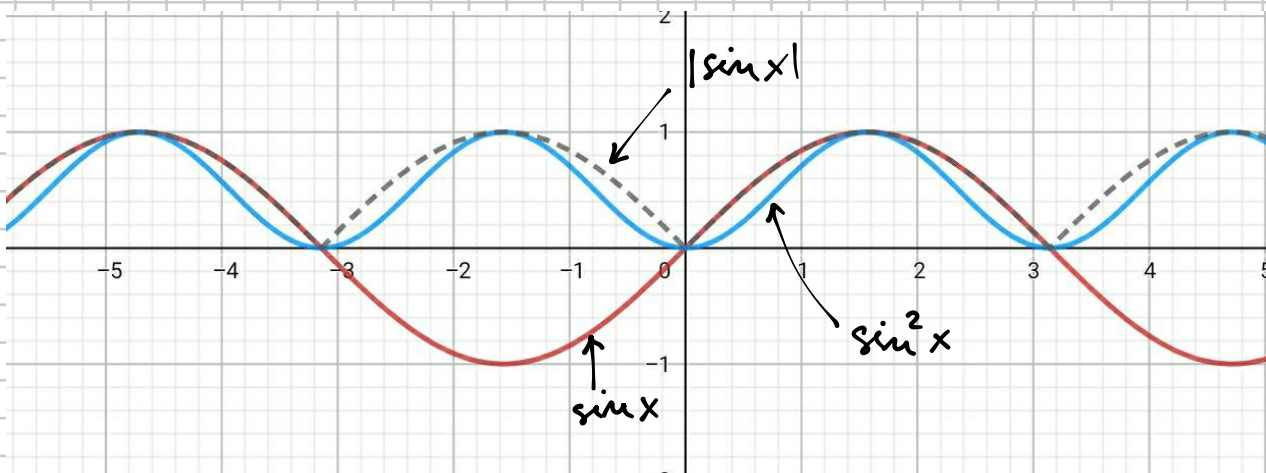
x	$\sin x$	$\sin^2 x$
0	0	0
$\frac{\pi}{2}$	1	1
π	0	0
$\frac{3}{2}\pi$	-1	1
2π	0	0



$\sin^2 x$ ha periodo π

⇓

$\sin^2 2x$ ha periodo $\frac{\pi}{2}$



FUNZIONI INVERSE

427

$$f(x) = 2^{x+3} + 4$$

$$[f^{-1}(x) = \log_2(x-4) - 3]$$

Verificare che f è invertibile e calcolare l'inversa

$$D = \mathbb{R} \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

f è invertibile $\Leftrightarrow f$ è iniettiva

$$\downarrow$$
$$\forall x_1, x_2 \in D \quad f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$\forall x_1, x_2 \in D \quad 2^{x_1+3} + 4 = 2^{x_2+3} + 4$$

$$2^{x_1+3} = 2^{x_2+3}$$

$$x_1+3 = x_2+3$$

$$x_1 = x_2$$

grazie all'iniettività di 2^x

quindi $2^{x+3} + 4$

è iniettiva, dunque invertibile

Calcoliamo l'espressione della funz. inversa

$$y = 2^{x+3} + 4 \Rightarrow y - 4 = 2^{x+3} \Rightarrow \log_2(y-4) = x+3$$

$$\Rightarrow x = \log_2(y-4) - 3$$

\Downarrow SIMMETRIA RISP. $y=x$

$$y = \log_2(x-4) - 3$$

(SCAMBIO LA
 x E LA y)

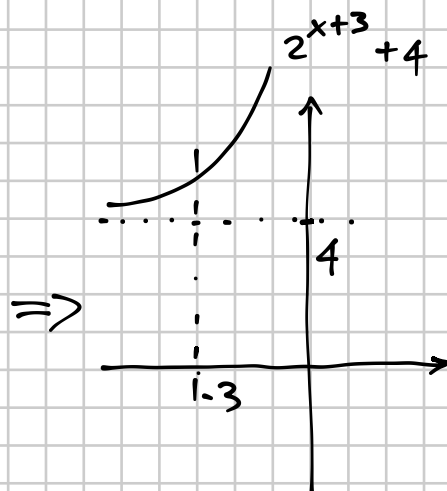
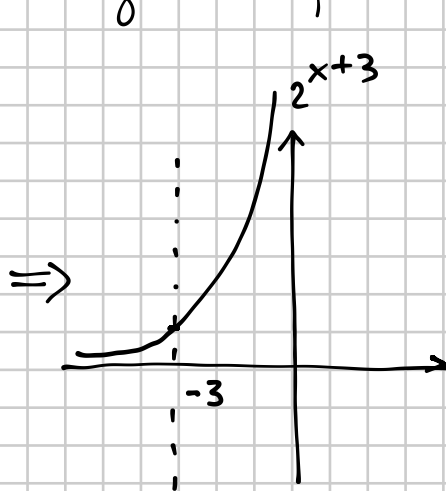
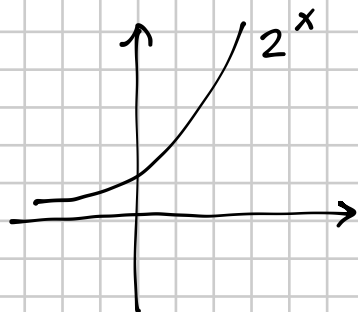
L'espressione della funzione inversa è

$$f^{-1}(x) = \log_2(x-4) - 3$$

Il suo dominio deve coincidere con l'insieme immagine di f

Qual è l'ins. immagine di f ?

$$f(x) = 2^{x+3} + 4$$



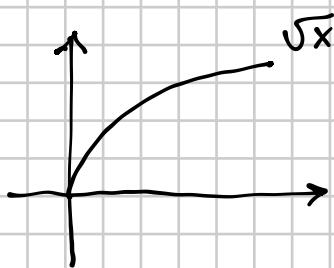
$$\text{im } f =]4, +\infty[$$

$$f^{-1}:]4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

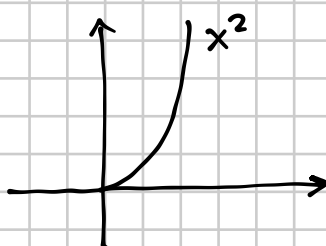
ATTENZIONE

Qual è la funzione inversa di $f(x) = \sqrt{x}$? $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

$$\text{im } f = [0, +\infty[$$



$$f^{-1}(x) = x^2 \quad f^{-1}: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$



$$y = \sqrt{x} \Rightarrow y^2 = x \Rightarrow x^2 = y \rightarrow y = x^2$$

\nwarrow y deve essere ≥ 0

434

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$$

$$[f^{-1}(x) = \frac{1}{1+x^2}]$$

Verificare
invertibilità
e calcolare inverso

DOMINIO $\frac{1-x}{x} \geq 0$

$$1-x > 0 \Rightarrow x < 1$$

$$x > 0 \Rightarrow x > 0$$

	0	1	
+	+	0	-
-	*	+	+
-	*	+	0
			-

$$0 < x \leq 1$$

$$f:]0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

INIEATIVITÀ

$$\forall x_1, x_2 \in D$$

$$\sqrt{\frac{1-x_1}{x_1}} = \sqrt{\frac{1-x_2}{x_2}}$$

al quadrato

$$\frac{1-x_1}{x_1} = \frac{1-x_2}{x_2}$$

$$\frac{1}{x_1} - \cancel{1} = \frac{1}{x_2} - \cancel{1}$$

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2}$$

$$x_1 = x_2 \quad \text{quindi } \bar{\text{iniettiva}}$$

⇓
INVERTIBILE

Calcoliamo l'inversa

$$y = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$$

\uparrow
 $y \geq 0$

$$y^2 = \frac{1-x}{x}$$

$$y^2 = \frac{1}{x} - 1$$

$$\frac{1}{x} = y^2 + 1$$

$$x = \frac{1}{y^2 + 1}$$

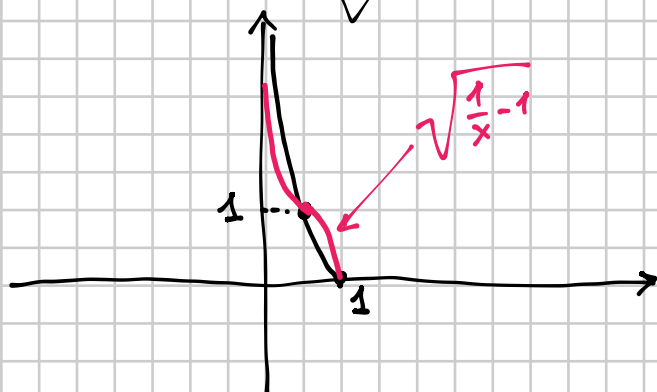
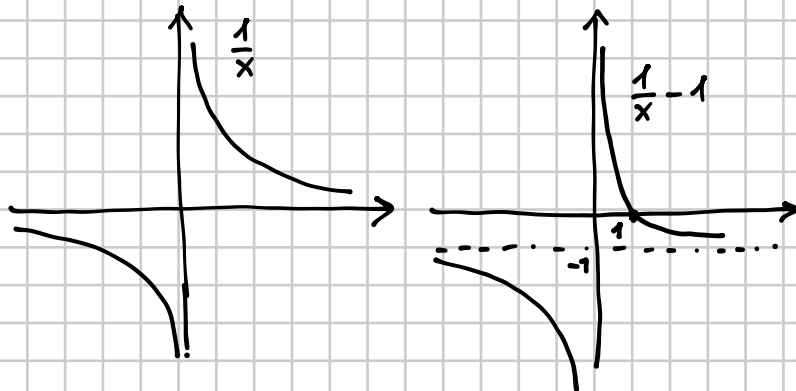
$$\rightsquigarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

il suo dominio
è $\text{im} f$

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$$

$$\frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$



$$\text{im} f : [0, +\infty[$$

$$f^{-1} : [0, +\infty[\rightarrow]0, 1]$$