28/9/2020

LEGGI IL GRAFICO

84 L'arco di parabola in figura ha equazione

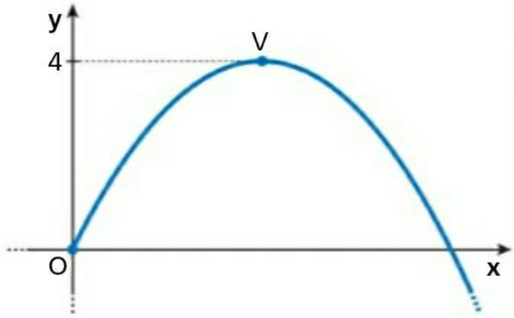
$$f(x) = \frac{1}{k}x\left(-\frac{1}{k}x + 2k\right), \quad x \geq 0.$$

a. Determina il valore di k.

b. Considera la funzione $h(x) = \begin{cases} g(x) & \text{se } x < 0 \\ f(x) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$.

Determina g in modo che h sia una funzione dispari.

c. Effettua una restrizione del dominio in modo che $h(x)$ sia invertibile e determina la funzione inversa h^{-1} sia graficamente sia algebricamente.



$\left[\text{a) } k = \pm 2; \text{ b) } g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x; \text{ c) su } I = [-4; 4], h^{-1}(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x+4} - 4 & \text{se } -4 \leq x < 0 \\ 4 - 2\sqrt{4-x} & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \end{cases}\right]$

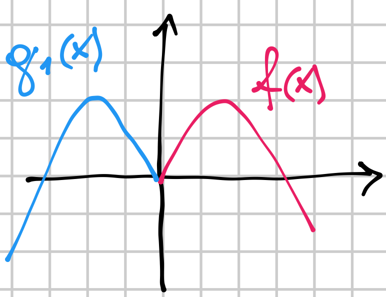
a) $O(0,0)$ $\qquad y = \frac{1}{k}x\left(-\frac{1}{K}x + 2K\right) = -\frac{1}{K^2}x^2 + 2x$

$\downarrow$ passa per O per qualsiasi valore di K

$y_V = 4$

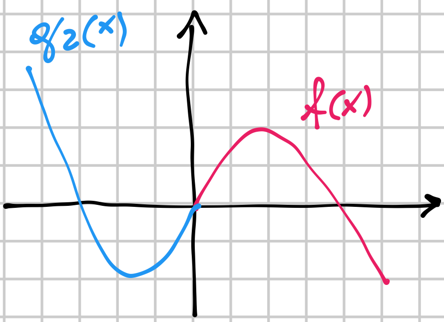
$\hookrightarrow -\frac{\Delta}{4a} \qquad -\frac{4}{-\frac{4}{K^2}} = 4 \Rightarrow K^2 = 4 \Rightarrow \boxed{K = \pm 2}$

b) $g(x)$



$g_1(x) = f(-x) = -\frac{1}{4}(-x)^2 + 2(-x) =$

$= -\frac{1}{4}x^2 - 2x$



$g_2(x) = -g_1(x) = \boxed{\frac{1}{4}x^2 + 2x = g(x)}$

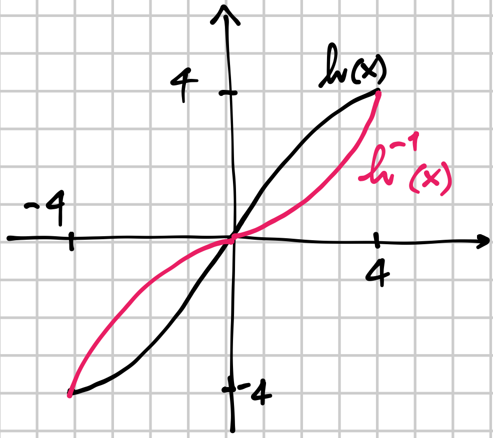
$$h(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2 + 2x & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{4}x^2 + 2x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

c) Prendiamo un intervallo in cui la funzione $h(x)$ è strettamente monotona

$]-\infty, -4]$ $\qquad$ $[-4, 4]$ $\qquad$ $[4, +\infty[$ $\qquad$ SCELTE POSSIBILI

SCEGLIAMO

$$h(x)\Big|_{[-4,4]} = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2 + 2x & 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{1}{4}x^2 + 2x & -4 \leq x < 0 \end{cases}$$



$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x \qquad 0 \leq x \leq 4$$

$$4y = -x^2 + 8x$$

$$x^2 - 8x + 4y = 0$$

$$x = 4 \pm \sqrt{16 - 4y} =$$

$$= 4 \pm 2\sqrt{4 - y}$$

$$\Downarrow$$

$$y = 4 \pm 2\sqrt{4 - x} \Longrightarrow$$ scelgo − perché per $x = 0$ deve essere $y = 0$

$$y = 4 - 2\sqrt{4 - x}$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 + 2x \qquad -4 \leq x < 0$$

$$x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$x = -4 \pm \sqrt{16 + 4y}$$

$$x = -4 \pm 2\sqrt{4+y} \qquad y = -4 \pm 2\sqrt{4+x}$$

$$\Downarrow$$

$$y = -4 + 2\sqrt{4+x}$$

$$\boxed{h^{-1}(x) = \begin{cases} 4 - 2\sqrt{4-x} & 0 \leq x \leq 4 \\ -4 + 2\sqrt{4+x} & -4 \leq x < 0 \end{cases}}$$