2/10/2020

90 Date le funzioni

$$f(x) = \sin(\arcsin x) \text{ e } g(x) = |\arcsin(\sin x)|,$$

a. determina il dominio e l'insieme immagine di entrambe;

b. disegna i grafici di $f(x)$ e $g(x)$;

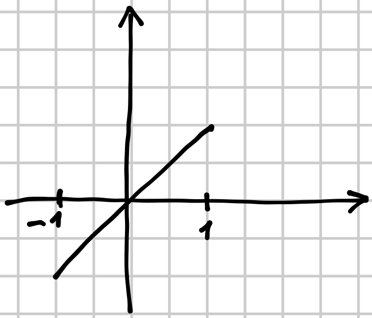
c. stabilisci se sono funzioni periodiche e, in caso affermativo, determina il loro periodo.

[a) $D: -1 \leq x \leq 1$, $Im(f): -1 \leq y \leq 1$; $D_g: \mathbb{R}$, $Im(g): 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$;

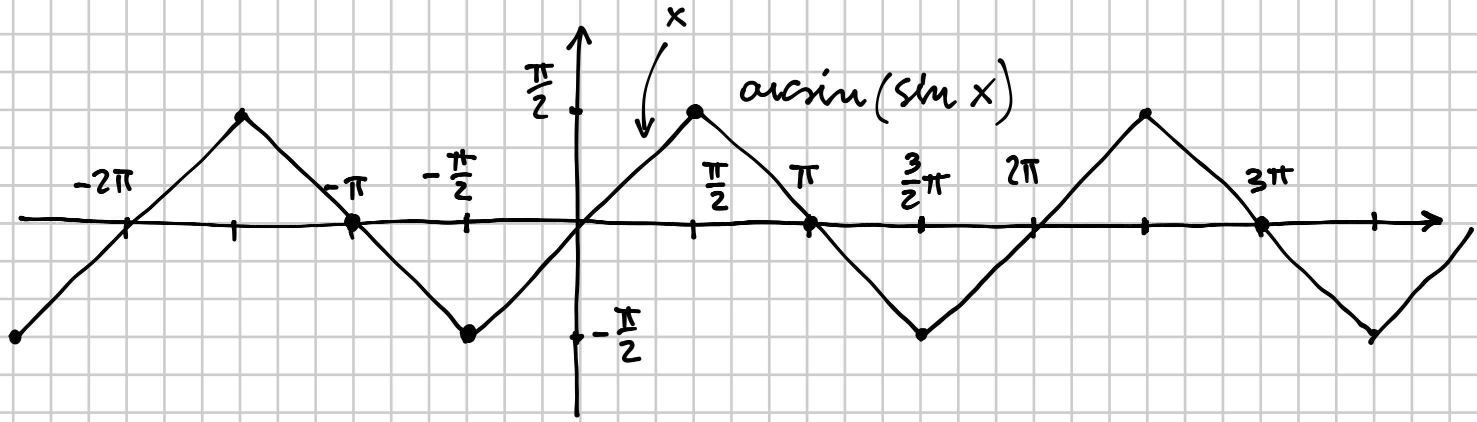
c) $f(x)$ non è periodica, $g(x)$ è periodica di periodo π]

a) $f(x) = \sin(\arcsin x)$ $\qquad D = [-1, 1]$

$= x$ $\qquad \text{im } f = [-1, 1]$



b) $g(x) = |\arcsin(\sin x)|$ $\qquad D = \mathbb{R}$



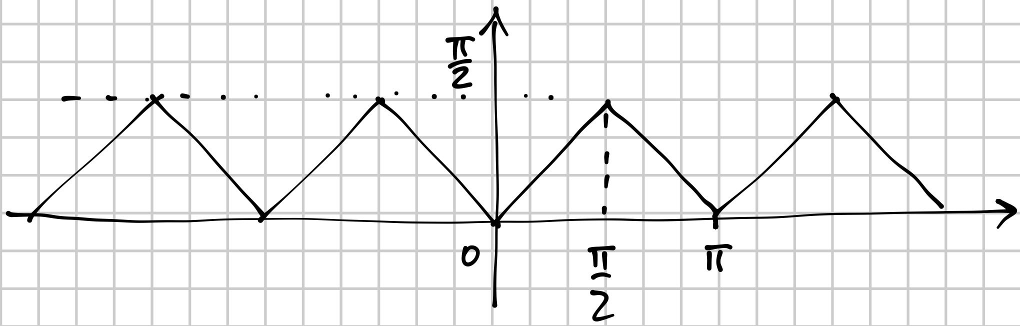
arcsin x è l'inversa di sin x ristretta a $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Dato che $\sin(x + 2\pi) = \sin x$, allora $\arcsin(\sin(x + 2\pi)) =$
$= \arcsin(\sin x)$

$x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$\sin(x + \pi) = -\sin x$ $\qquad \arcsin(\sin(x + \pi)) = \arcsin(-\sin x) =$
$= -\arcsin(\sin x) = -x$

$g(x) = |\arcsin(\sin x)|$



$\operatorname{im} g = [0, \frac{\pi}{2}]$

f non è periodica perché non è definita in un intervallo illimitato

g è periodica di periodo π

94 **a.** Trova il dominio, il segno e le intersezioni con gli assi della funzione

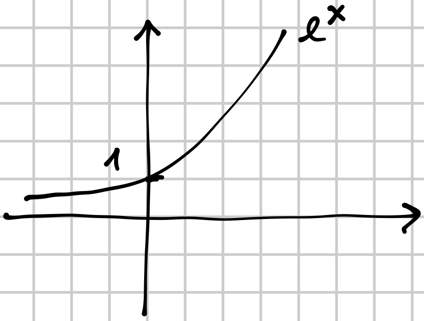
$$f(x) = e^{-x+1} - 1.$$

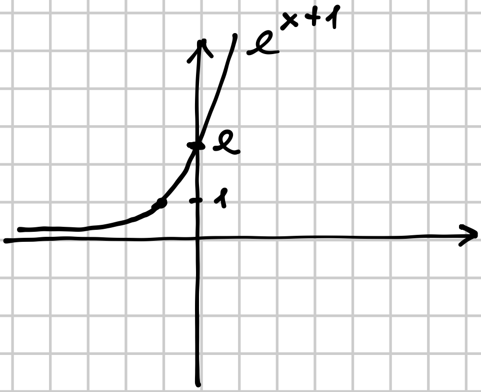
b. Disegna il grafico di $f(x)$ utilizzando le trasformazioni geometriche.

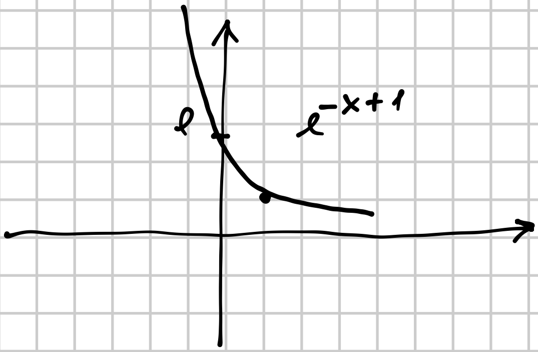
c. Disegna il grafico di $y = \dfrac{1}{f(x)}$, di $y = 2 + f(1-x)$ e di $y = \dfrac{f(x)}{|f(x)|} + 3$.

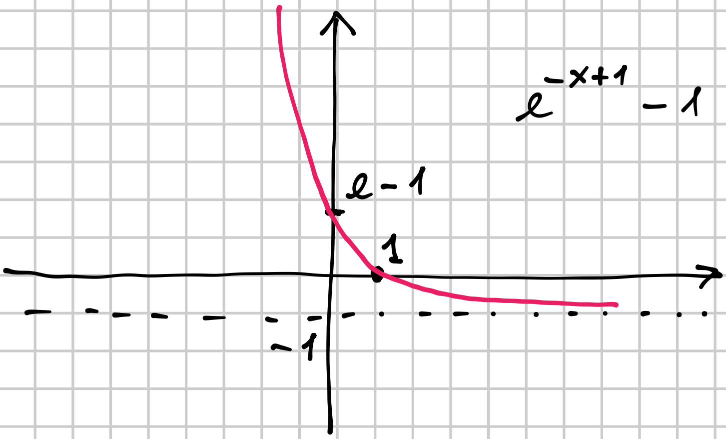
d. Determina la funzione inversa $f^{-1}(x)$ indicando il dominio, l'insieme immagine e tracciandone il grafico.

[a) D: $\mathbb{R}$, $y > 0$ per $x < 1$, $P(1; 0)$, $Q(0; e-1)$; d) $f^{-1}(x) = 1 - \ln(x+1)$, D: $x > -1$, $Im(f)$: $\mathbb{R}$]









$D = \mathbb{R}$

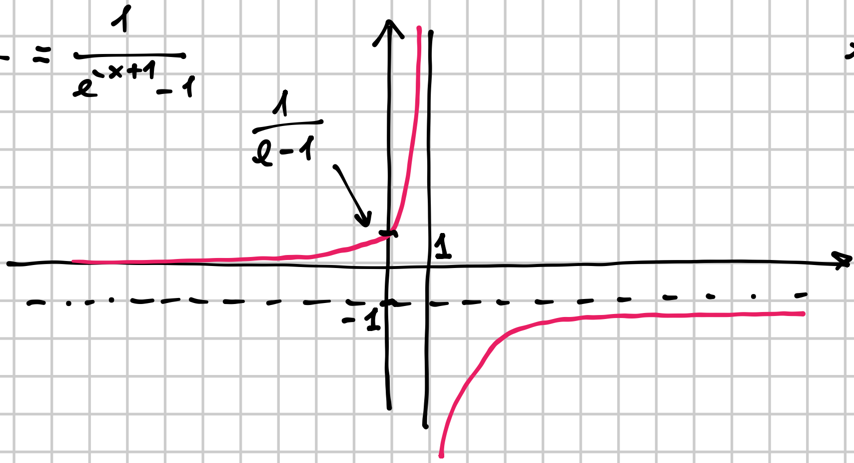
$\operatorname{im} f =]-1, +\infty[$

$f(x) > 0$ in $]-\infty, 1[$

$f(x) = 0$ per $x = 1$

$f(x) < 0$ in $]1, +\infty[$

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{e^{-x+1} - 1}$$



$2 + f(1-x)$

$$f(x) \rightsquigarrow f(x+1) \rightsquigarrow f(-x+1) \rightsquigarrow 2+f(-x+1)$$

alternativa

$$f(x) \rightsquigarrow f(-x) \rightsquigarrow f(-(x-1)) \rightsquigarrow 2+f(-x+1)$$

$$y = \frac{f(x)}{|f(x)|} + 3 = \text{sign} f(x) + 3$$

$$\text{sign} f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } f(x) > 0 \\ -1 & \text{se } f(x) < 0 \end{cases}$$

Se $f(x) = 0$ il segno non è definito