2/11/2020

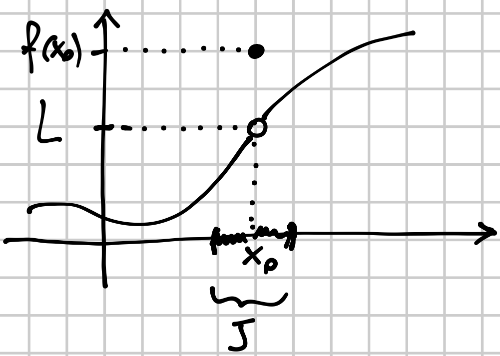
ALCUNE PRECISAZIONI

TH. PERMANENZA DEL SEGNO

$f: I \to \mathbb{R}$ I intorno di x_0

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L > 0 \implies \exists J \text{ intorno di } x_0 \text{ tale che } f(x) > 0 \quad \forall x \in J \setminus \{x_0\}$$

INTUITIVAMENTE



Una funzione $f: A \to \mathbb{R}$ si dice SUPERIORMENTE LIMITATA se l'insieme immagine è SUPERIORMENTE LIMITATO (analogamente per f INF. LIMITATA o LIMITATA)

$\sin x$ è LIMITATA perché il suo ins. immagine è $[-1, 1]$ che è limitato superiormente e inferiormente

Il massimo di una funzione (o il minimo) sono il max (o il min) dell'insieme immagine

$\max(\sin x) = 1$ $\min(\sin x) = -1$

Trova, se esistono, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo e il minimo dei seguenti insiemi.

49 $A =]1; 3[$; $B =]-\infty; 1]$; $C = \{1\} \cup \{x \in \mathbb{R}: x \geq 2\}$.

50 $A = \{0, 1, 3\}$; $B =]0; 4] \cup]6; 10[$; $C = [2; +\infty[$.

51 $A = \{2, 3, 4, 5, 20\}$; $B = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 5x + 9 > 0\}$; $C = \{x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 1\}$.

$A =]1, 3[$ $\quad$ $\max A$, $\min A$ NON ESISTONO $\quad$ $\inf A = 1$ $\quad$ $\sup A = 3$

$B =]-\infty, 1]$ $\quad$ $\min B$ NON ESISTE $\quad$ $\max B = 1$ $\quad$ $\inf B = -\infty$ (NON ESISTE IN $\mathbb{R}$) $\quad$ $\sup B = 1$

$C = \{1\} \cup [2, +\infty[$ $\quad$ $\max C$ NON ESISTE $\quad$ $\min C = 1$

$\sup C = +\infty$ (non esiste in $\mathbb{R}$) $\quad$ $\inf C = 1$

$A = \{0, 1, 3\}$ $\quad$ $\max A = 3 = \sup A$ $\quad$ $\min A = 0 = \inf A$

$B =]0, 4] \cup]6, 10[$ $\quad$ $\max B$, $\min B$ non esistono

$\inf B = 0$ $\quad$ $\sup B = 10$

$C = [2, +\infty[$ $\quad$ $\min C = 2 = \inf C$ $\quad$ $\max C$ non esiste

$\sup C = +\infty$ (non esiste in $\mathbb{R}$)

$B = \{x \in \mathbb{R} : \underbrace{x^2 - 5x + 9 > 0}_{\Delta < 0}\} = \mathbb{R}$ $\quad$ né max né min, né inf né sup in $\mathbb{R}$

($\inf B = -\infty$, $\sup B = +\infty$)

$C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 1\} = [-1, 1]$ $\quad$ $\inf C = \min C = -1$

$\sup C = \max C = 1$