20/11/2020

Stabilire se è applicabile il TH. DI WEIERSTRASS

806 $y = x^2 - 4x$, $[0; 3]$.

$f : [0,3] \to \mathbb{R}$

SOMMA, DIFF., PRODOTTO, QUOZIENTE, COMPOSIZIONE

$f(x) = x^2 - 4x$ è continua perché "combinazione" di funzioni elementari (che sono continue)

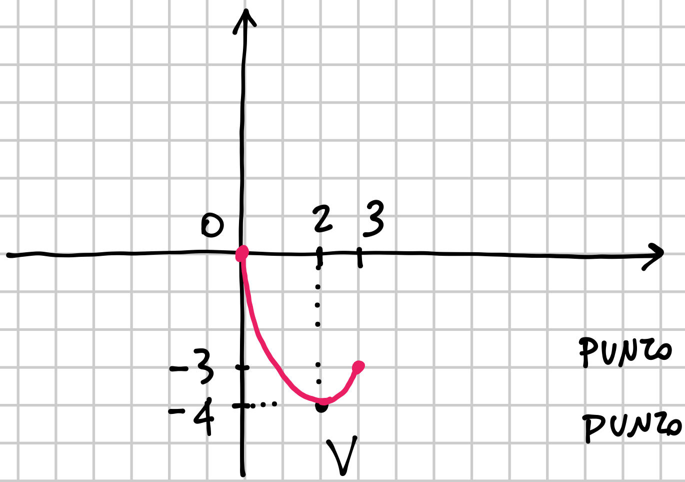
Il dominio è $[0,3]$, intervallo chiuso e limitato

$\Rightarrow$ il TH. DI WEIERSTRASS è applicabile $\to$ in $[0,3]$ la funzione ha punti di max e min

Disegniamo la parabola $y = x^2 - 4x$ in $[0,3]$

$V(2,-4)$

x	y
0	0
3	-3



PUNTO DI MINIMO $x = 2$ | MIN $= -4$

PUNTO DI MAX $x = 0$ | MAX $= 0$

scrittura precisa $\to$ $\min f = -4$

$\max f = 0$

810 $y = \begin{cases} -2^x + 1 & \text{se } 0 \le x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{se } 1 \le x \le 4 \end{cases}$, $\quad [0; 4]$.

sempre vedere se Weierstrass è applicabile

$f : [0,4] \to \mathbb{R}$

dobbiamo controllare che f sia continua in $[0,4]$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) \overset{?}{=} \lim_{x \to 1^+} f(x)$$

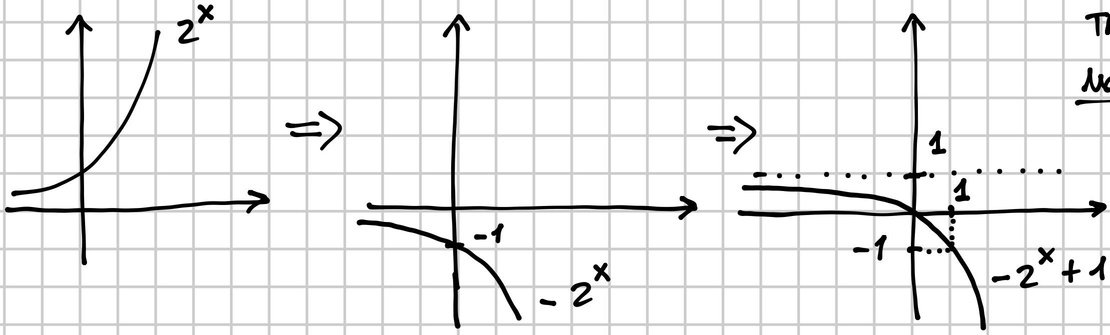
$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \sqrt{x} = 1 = f(1)$$

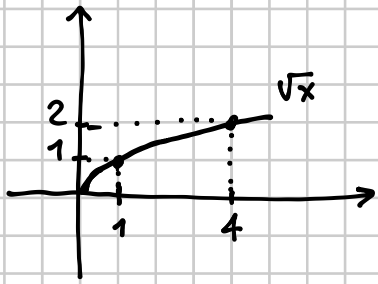
$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \left(-2^x + 1\right) = -2 + 1 = -1$$

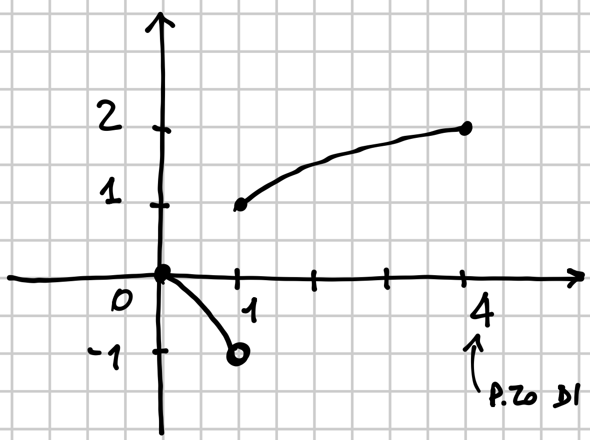
sono $\neq$, quindi in 1 c'è una discontinuità di tipo salto (1° specie)

$\Downarrow$

TH. DI WEIERSTRASS NON È APPLICABILE







$f : [0,4] \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -2^x + 1 & 0 \le x < 1 \\ \sqrt{x} & 1 \le x \le 4 \end{cases}$$

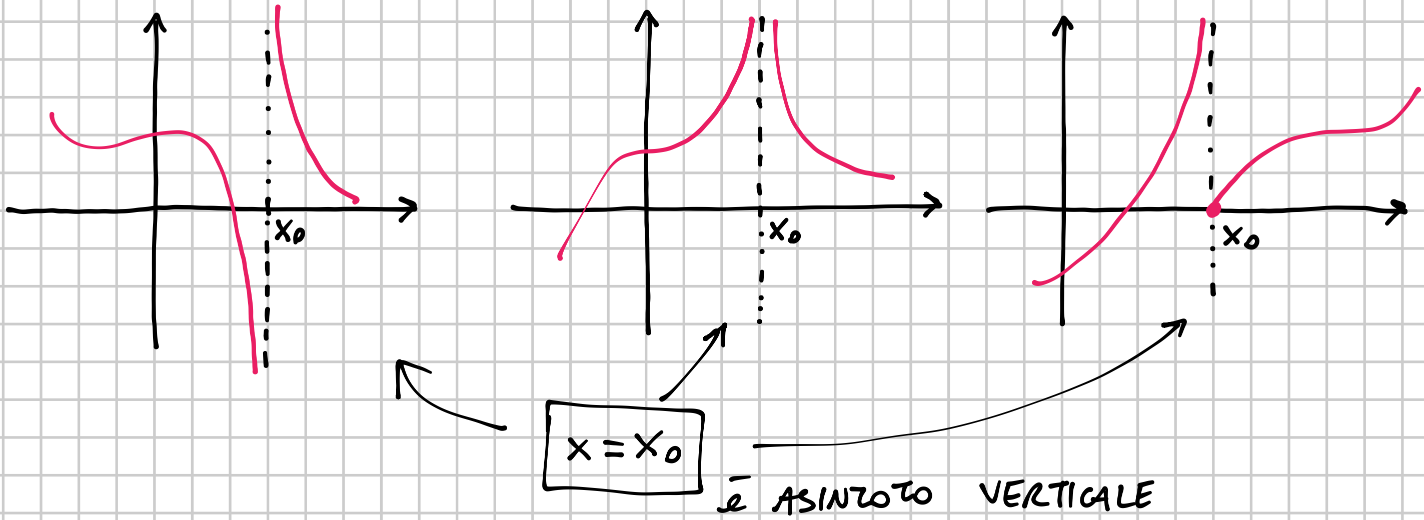
P.TO DI MAX $\quad \max f = 2$

NON HA MINIMO!

ASINTOTI

$f: A \to \mathbb{R}$ $\quad x_0$ di accumulazione per A

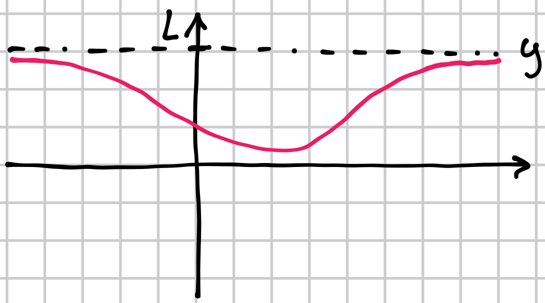
Se $\lim\limits_{x \to x_0^\pm} f(x) = \pm\infty$ allora la retta $x = x_0$ è <u>ASINTOTO VERTICALE</u>



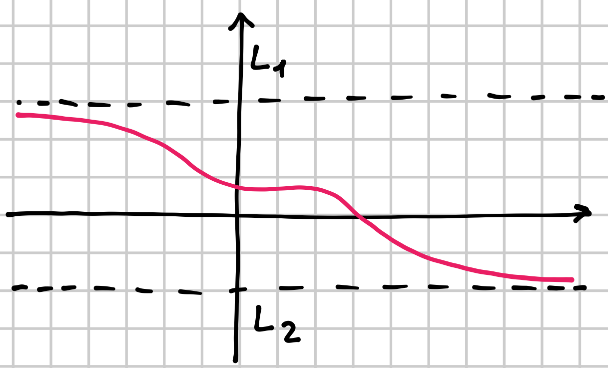
è ASINTOTO VERTICALE

Se il dominio è illimitato e $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$,

allora la retta $y = L$ è ASINTOTO ORIZZONTALE (per $x \to +\infty$, per $x \to -\infty$, per $x \to \infty$)

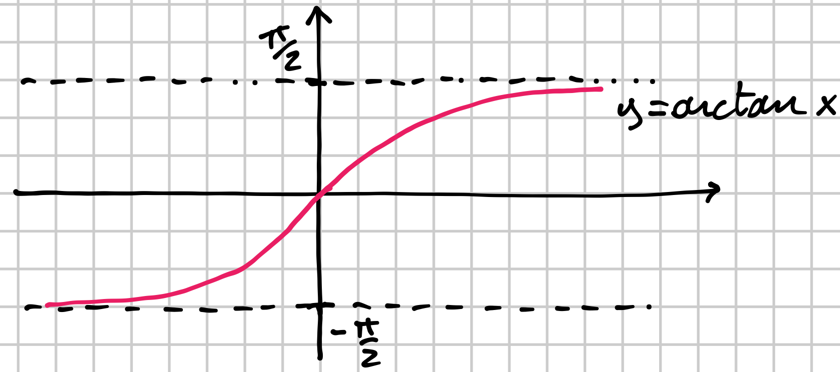


$y = L$ è AS. ORIZZONTALE per $x \to \infty$



$y = L_1$ è AS. ORIZZ. per $x \to -\infty$

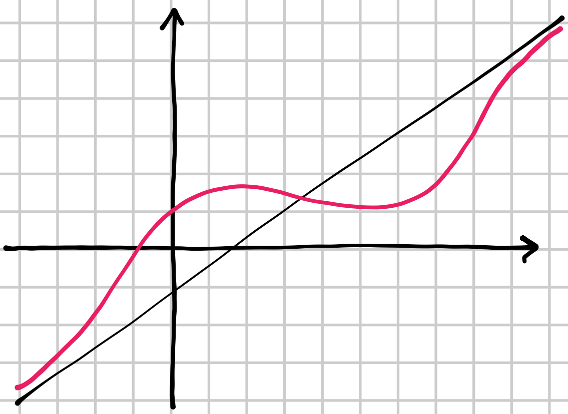
$y = L_2$ è AS. ORIZZ. per $x \to +\infty$



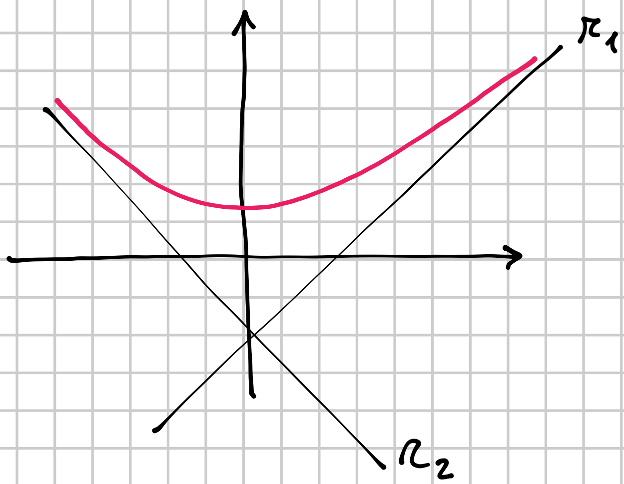
$y = \frac{\pi}{2}$ è as. orizz. per $x \to +\infty$

$y = -\frac{\pi}{2}$ è as. orizz. per $x \to -\infty$

ASINTOTI OBLIQUI



$y = mx + q$ ASINTOTO OBLIQUO per $x \to \infty$



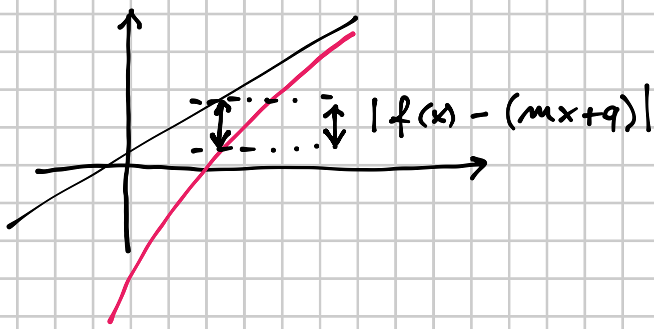
r_2 è as. obliquo per $x \to -\infty$

r_1 è as. obliquo per $x \to +\infty$

La retta $y = mx + q$ è ASINTOTO OBLIQUO (per $x \to \infty$, ecc...) di f se e solo se

$$\lim_{x \to \infty} \left[f(x) - (mx + q) \right] = 0$$

.....



METODO PER LA RICERCA DEGLI ASINTOTI OBLIQUI

La retta $y = mx + q$ è ASINTOTO OBLIQUO (per $x \to \infty, \ldots$) di f se e solo se

$$m = \lim_{\substack{x \to \infty \\ -\ldots}} \frac{f(x)}{x}$$

$$q = \lim_{\substack{x \to \infty \\ -\ldots}} \left[f(x) - mx \right]$$

(se uno dei due limiti è ∞ o non esiste, l'asintoto non c'è)