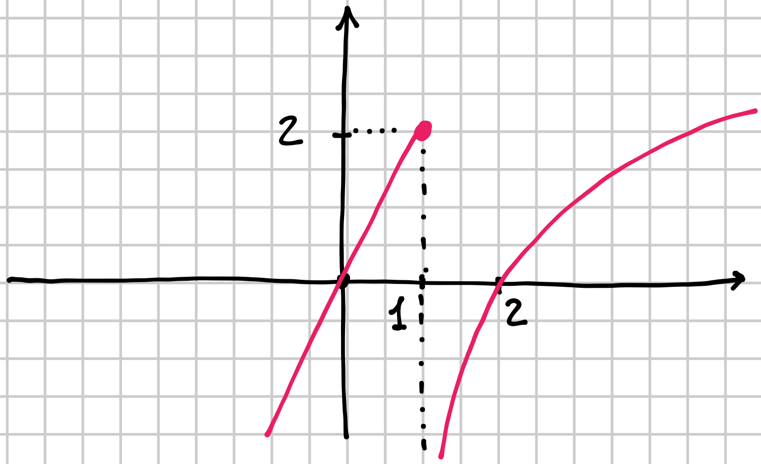
23/11/2020

Disegna il grafico delle seguenti funzioni, classifica i loro punti di discontinuità ~~e di singolarità~~ e, nel caso siano di prima specie, calcola il salto.

853 $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leq 1 \\ \ln(x-1) & \text{se } x > 1 \end{cases}$



$f(1) = 2$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 2 = f(1)$

CONTINUITÀ A SINISTRA IN 1

$\lim_{x \to 1^+} f(x) =$

$= \lim_{x \to 1^+} \ln(x-1) = -\infty$

f è DISCONTINUA IN 1, DOVE

HA UN PUNTO DI INFINITO (DISC. 2ª SPECIE)

In tutti gli altri punti (diversi da 1) è continua.

850 $y = \dfrac{x^2-1}{x^2+x-2}$ Studiare la continuità

$f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+x-2} = \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x+2)(x-1)}$

$D: x \neq -2 \wedge x \neq 1$

$D =]-\infty, -2[\cup]-2, 1[\cup]1, +\infty[$

$g(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$ è un'altra funzione uguale a $f(x)$ in tutti i punti tranne in 1, dove è definita mentre f non lo è.

f è CONTINUA in tutti i punti di D, quindi f è CONTINUA

$\lim_{x \to -2^{\pm}} f(x) = \dfrac{-1}{0^{\pm}} = \mp\infty$

$\lim_{x \to 1} f(x) = \dfrac{2}{3}$ ma non c'entrano con la continuità, perché f NON è definita in -2 e 1

TROVARE GLI ASINTOTI

991 $y = \dfrac{1-x^4}{8x^3-1}$ $\left[x = \dfrac{1}{2},\, y = -\dfrac{1}{8}x\right]$

$$f(x) = \frac{1-x^4}{8x^3-1} = -\frac{x^4-1}{(2x)^3-1} = -\frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(2x-1)\underbrace{(4x^2+2x+1)}}$$

$\Delta < 0$ NON ULTERIORM. SCOMPONIBILE (MAI NULLO)

$$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2+AB+B^2)$$

$$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2-AB+B^2)$$

DOMINIO $\Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$$D = \left]-\infty, \tfrac{1}{2}\right[\cup \left]\tfrac{1}{2}, +\infty\right[$$

Devo controllare se $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = \infty$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{1-x^4}{8x^3-1} = \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{-(x^2-1)(x^2+1)}{\underbrace{(2x-1)}_{\downarrow\, 0}\underbrace{(4x^2+2x+1)}_{\downarrow\, 3}} = \infty \Longrightarrow \boxed{x = \tfrac{1}{2} \text{ è ASINTOTO VERTICALE}}$$

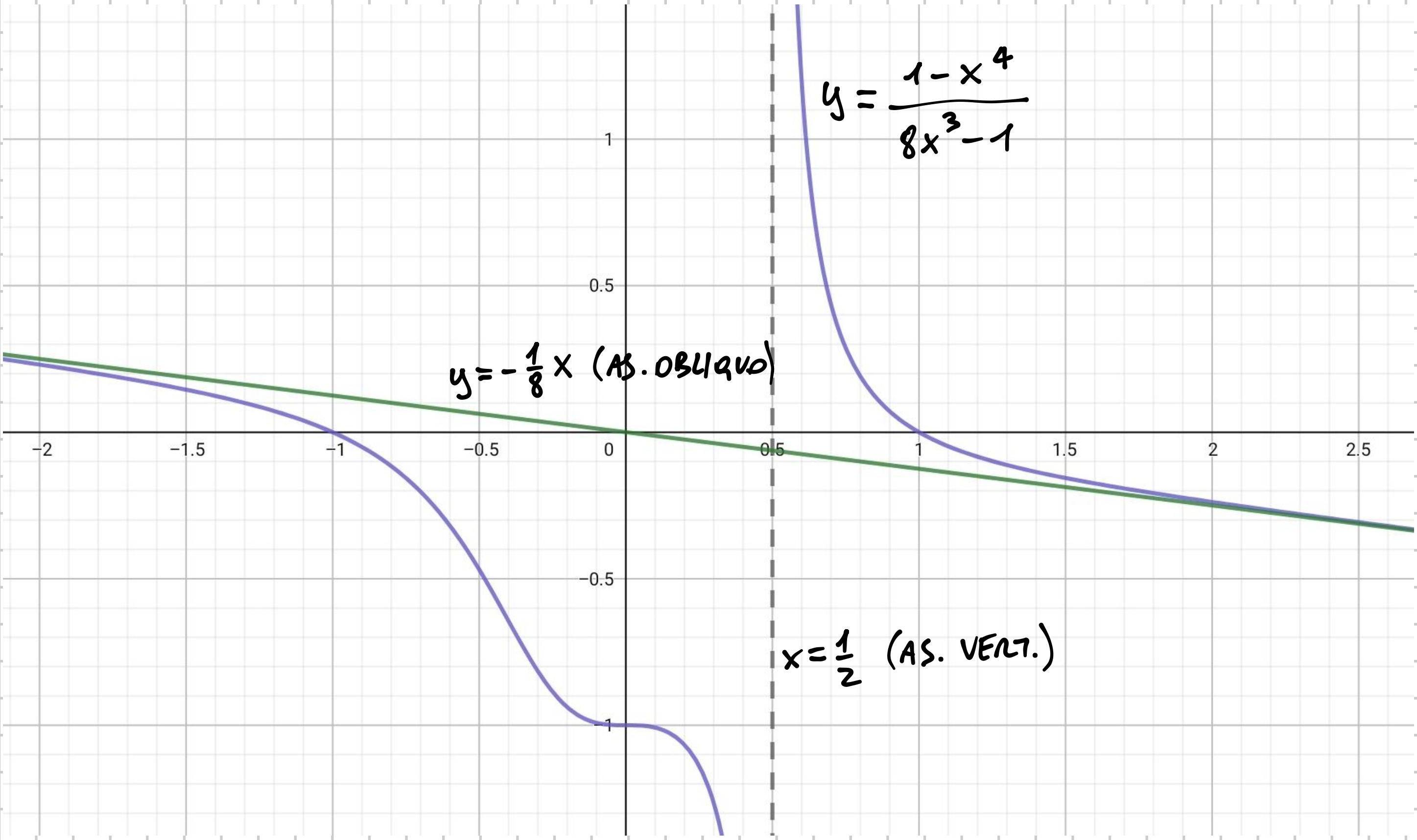
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$ quindi è possibile che ci sia un ASINTOTO OBLIQUO

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1-x^4}{8x^3-1}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-x^4}{8x^4-x} = -\frac{1}{8}$$

$$q = \lim_{x\to\infty}\left[f(x) - mx\right] = \lim_{x\to\infty}\left[\frac{1-x^4}{8x^3-1} + \frac{1}{8}x\right] =$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left[\frac{8(1-x^4)+x(8x^3-1)}{8(8x^3-1)}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{8-\cancel{8x^4}+\cancel{8x^4}-x}{8(8x^3-1)} = 0$$

$\boxed{y = -\frac{1}{8}x}$ ASINTOTO OBLIQUO per $x \to \pm\infty$



$y = \frac{1-x^4}{8x^3-1}$
$y = -\frac{1}{8}x$ (AS. OBLIQUO)
$x = \frac{1}{2}$ (AS. VERT.)
1
0.5
−0.5
−1
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5