24/11/2020

Trovare gli asintoti

992 $y = \dfrac{x^3 - 2x}{2x^2 - 4x}$ $\left[x = 2,\ y = \dfrac{1}{2}x + 1\right]$

$$f(x) = \frac{x(x^2-2)}{2x(x-2)}$$

$D =]-\infty, 0[\cup]0, 2[\cup]2, +\infty[$

$x \neq 0 \wedge x \neq 2$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{x^2-2}{2(x-2)} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

X=0 NON È ASINTOTO VERTICALE

$$\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} \frac{x^2-2}{2(x-2)} = \frac{2}{0} = \infty \Rightarrow x = 2 \text{ è ASINTOTO VERTICALE}$$

Siccome $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ controlliamo se ci sono asintoti obliqui

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^3-2x}{2x^2-4x}}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3-2x}{2x^3-4x^2} = \frac{1}{2}$$

$$q = \lim_{x \to \infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x\right] = \lim_{x \to \infty} \left[\frac{x^3-2x}{2x^2-4x} - \frac{1}{2}x\right] =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^3-2x-x^2(x-2)}{2x(x-2)} = \lim_{x \to \infty} \frac{\cancel{x^3}-2x-\cancel{x^3}+2x^2}{2x^2-4x} = 1$$

$\boxed{y = \frac{1}{2}x + 1}$ AS. OBLIQUO per $x \to \pm\infty$

1055 $y = \frac{x^3+1}{x^2+6x}$

STUDIARE IL GRAFICO DI QUESTA FUNZIONE

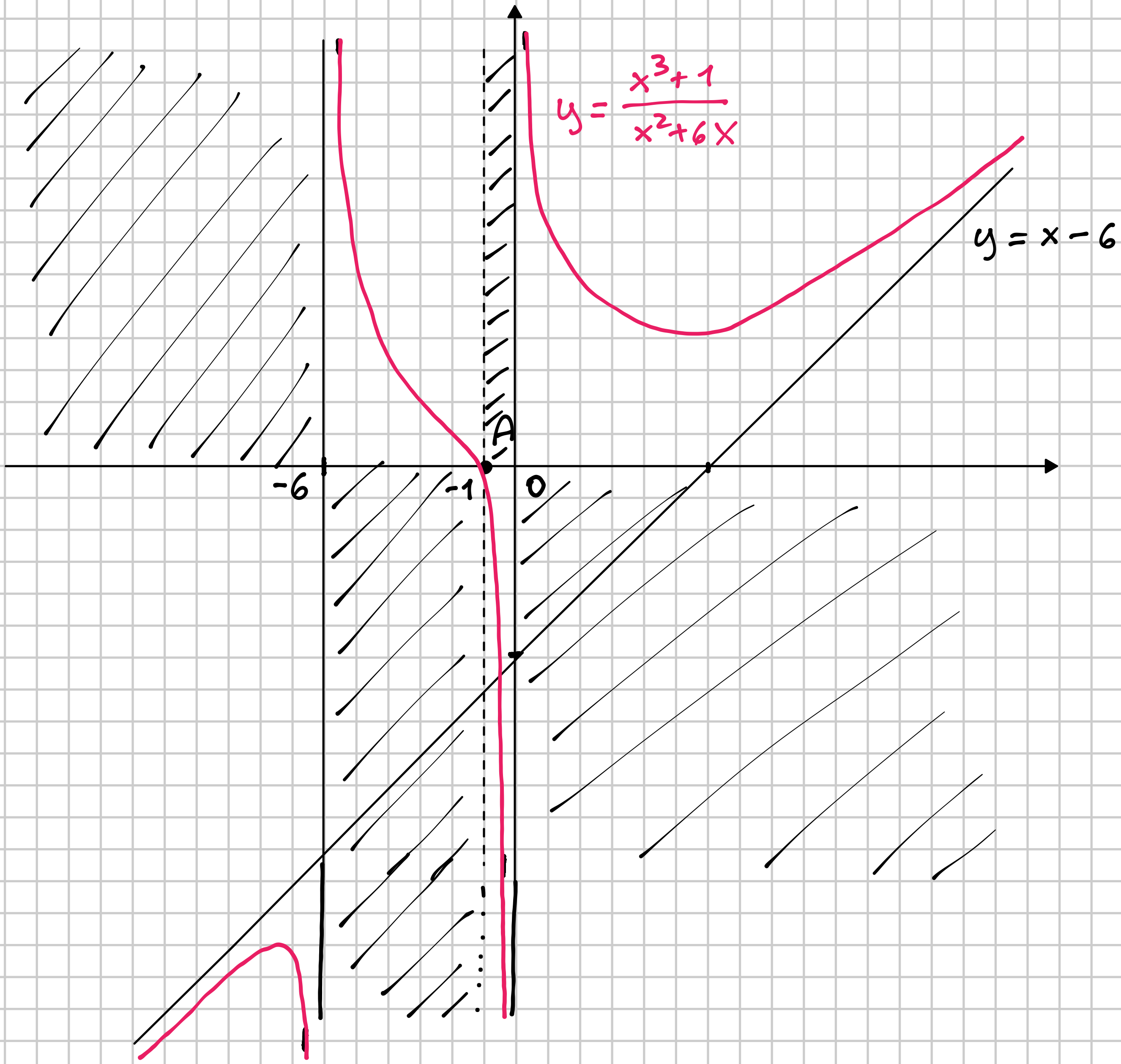
1) DOMINIO $x^2+6x \neq 0$ risolvo $x^2+6x=0$ $\quad x(x+6)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=-6 \end{cases}$

$D =]-\infty,-6[\cup]-6,0[\cup]0,+\infty[$

2) EVENTUALI SIMMETRIE (PARI - DISPARI)

Non ci sono simmetrie perché il dominio non è simmetrico rispetto a 0 (né pari né dispari)

3) PREPARO IL GRAFICO



4) INTERSEZ. CON GLI ASSI

a) INT. CON ASSE y → non c'è perché $x=0$ è escluso dal dominio

b) INT. CON ASSE x

$$\begin{cases} y=0 \\ y=\dfrac{x^3+1}{x^2+6x} \end{cases} \Rightarrow \frac{x^3+1}{x^2+6x}=0 \Rightarrow x^3+1=0$$

$$\Rightarrow x^3=-1$$

$$\Rightarrow x=-1$$

$A(-1,0)$

5) STUDIO DEL SEGNO

$$\frac{x^3+1}{x^2+6x}>0 \quad \begin{matrix} \boxed{N} \\ \boxed{D} \end{matrix}$$

$N>0 \quad x^3+1>0 \quad x^3>-1 \quad x>-1$

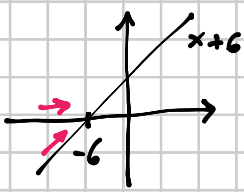
$D>0 \quad x^2+6x>0 \quad x(x+6)>0 \quad x<-6 \vee x>0$

		-6		-1		0	
N	$-$		$-$	0	$+$		$+$
D	$+$	X	$-$		$-$	X	$+$
$\frac{N}{D}$	$-$	X	$+$	0	$-$	X	$+$

6) LIMITI AGLI ESTREMI DEL DOMINIO

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to\pm\infty}x=\pm\infty$$

$$\lim_{x\to-6^-}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\lim_{x\to-6^-}\frac{x^3+1}{x(x+6)}=\frac{(-6)^3+1}{-6\cdot 0^-}=\frac{\overset{m<0}{m}}{0^+}=-\infty$$



$$\lim_{x\to-6^+}\frac{x^3+1}{x^2+6x}=\frac{\overset{m<0}{m}}{0^-}=+\infty$$

$x=-6$ ASINTOTO VERTICALE

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{x^3+1}{x^2+6x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^3+1}{x(x+6)} = \frac{1}{0^- \cdot 6} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^3+1}{x^2+6x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

7) RICERCA ASINTOTI OBLIQUI

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3+1}{x^3+6x^2} = 1$$

$$q = \lim_{x\to\infty} \left[f(x) - mx\right] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{x^3+1}{x^2+6x} - x\right] =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^3}+1-\cancel{x^3}-6x^2}{x^2+6x} = -6$$

$y = x - 6$ è ASINTOTO OBLIQUO per $x \to \pm\infty$

1064 $y = e^{\frac{x+1}{x^2+1}}$

1) DOMINIO $\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

2) SIMMETRIE $f(-x) = e^{\frac{-x+1}{x^2+1}} \neq \begin{cases} -f(x) \\ f(x) \end{cases}$ né pari né dispari

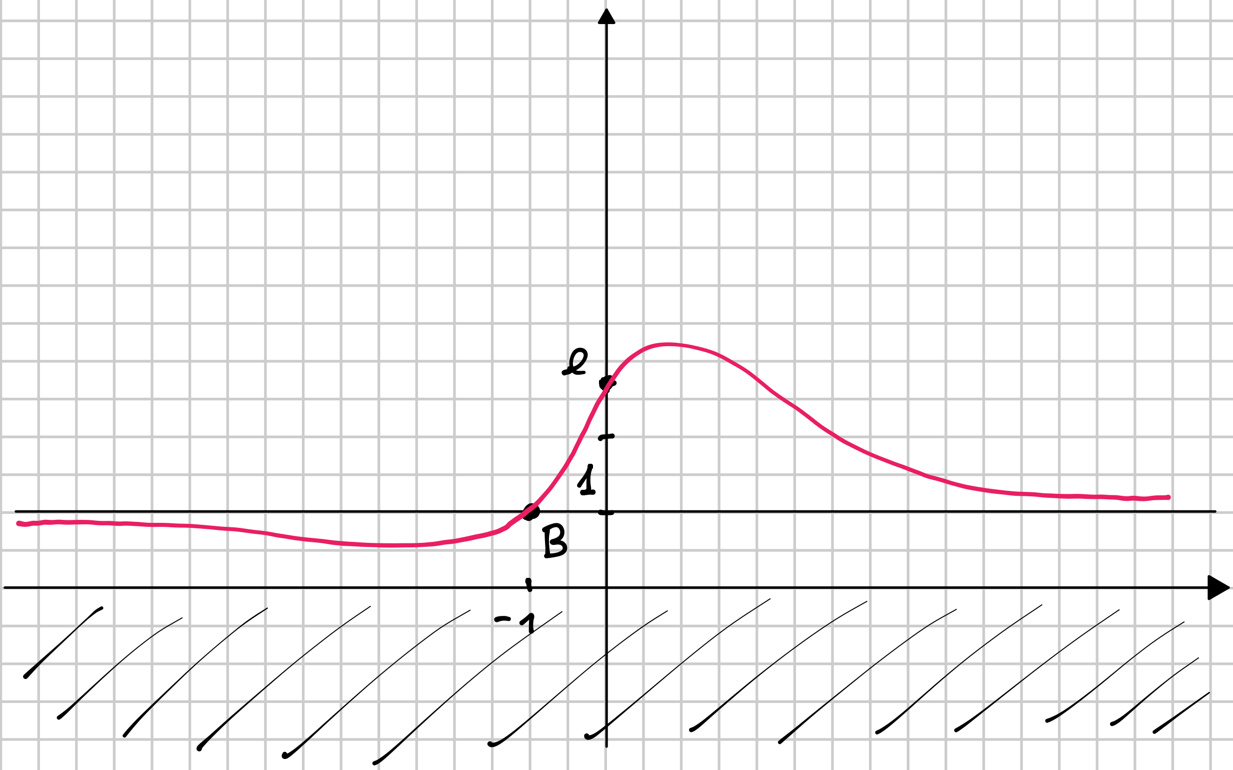
3) INT. ASSI

a) ASSE X $\begin{cases} y=0 \\ y=e^{\frac{x+1}{x^2+1}} \end{cases} \Rightarrow e^{\frac{x+1}{x^2+1}} = 0$ IMP. NON CI SONO ZERI

b) ASSE y $\begin{cases} x=0 \\ y=e^{\frac{x+1}{x^2+1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=e \end{cases}$ $A(0,e)$

4) SEGNO

$e^{\frac{x+1}{x^2+1}} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$



5) LIMITI AGLI ESTREMI DEL DOMINIO

$$\lim_{x \to -\infty} e^{\frac{x+1}{x^2+1}} = e^{0^-} = 1^- \qquad \lim_{x \to +\infty} e^{\frac{x+1}{x^2+1}} = e^{0^+} = 1^+$$

$$\frac{x+1}{x^2+1} \to \frac{-\infty}{+\infty}$$

$y = 1$ ASINTOTO ORIZZONTALE per $x \to \pm\infty$

Potremmo cercare le intersezioni di f con l'asintoto $y=1$

$$\Downarrow$$

$$e^{\frac{x+1}{x^2+1}} = 1 \Rightarrow \frac{x+1}{x^2+1} = 0 \Rightarrow x = -1$$

$B(-1, 1)$