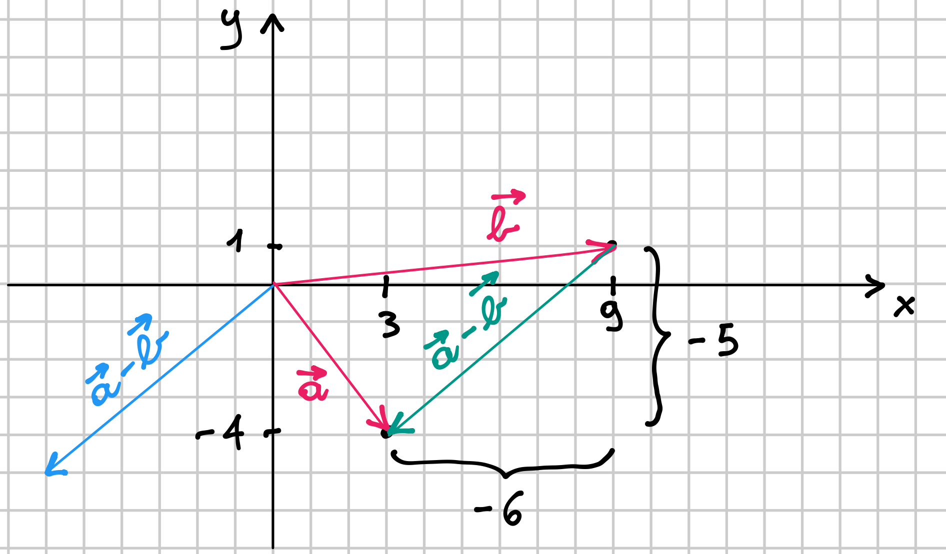
31/1/2022

ESEMPIO: differenza di vettori in componenti cartesiane

$\vec{a} = (3, -4) \qquad \vec{b} = (9, 1)$

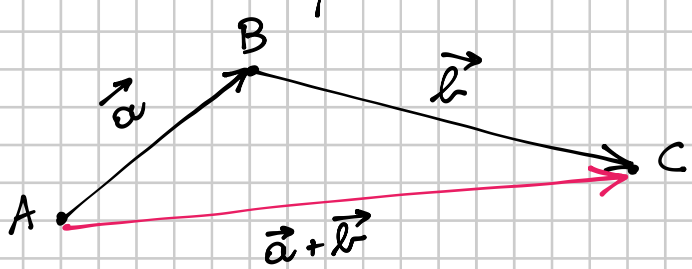
$\vec{a} - \vec{b} = (3-9, -4-1) = (-6, -5)$



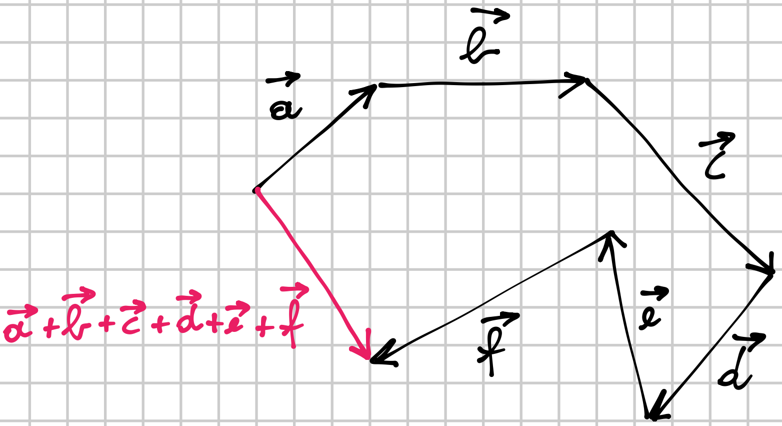
Quando usare il metodo del parallelogramma o il metodo punta-coda per la somma vettoriale?

Generalmente

- se i 2 vettori sono applicati nello stesso punto (ad es. nel caso di forze) è conveniente il metodo del parallelogramma
- se i 2 vettori rappresentano spostamenti successivi, è conveniente il metodo punta-coda



- se ho più di 2 vettori da sommare è conveniente il punta-coda



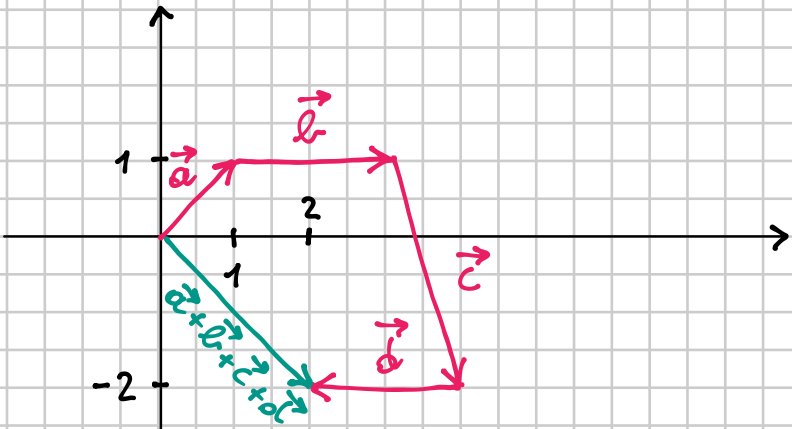
coda del primo, punta dell'ultimo

(col metodo del parallelogramma dovrei fare $\vec{a}+\vec{b}$, il risultato sommarlo a $\vec{c}$, il risultato sommarlo a $\vec{d}$, ...)

ESEMPIO

$\vec{a}=(1,1) \quad \vec{b}=(2,0) \quad \vec{c}=(1,-3) \quad \vec{d}=(-2,0)$

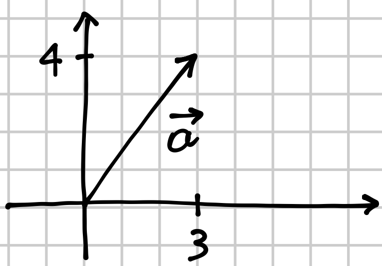
$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=(1+2+1-2,\ 1+0-3+0)=(2,-2)$$



MODULO DI UN VETTORE $\quad \vec{a}=(a_x, a_y)$

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2+a_y^2}$$

$\vec{a}=(3,4)$



$a=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

ATTENZIONE! Il modulo della somma in generale
NON è la somma dei moduli!

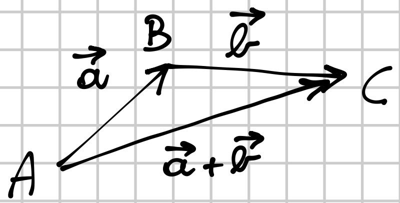
$\vec{a} = (-3, 4) \qquad \vec{b} = (-9, 9)$

$\vec{a} + \vec{b} = (-3-9, 4+9) = (-12, 13)$

$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(-12)^2 + 13^2} = \sqrt{144+169} = \sqrt{313} \simeq 17,69$

$a = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = 5 \qquad b = \sqrt{(-9)^2 + 9^2} = \sqrt{162} \simeq 12,73$

$\underbrace{a + b}_{\text{SOMMA DEI MODULI}} \simeq 17,73 \neq \underbrace{|\vec{a} + \vec{b}|}_{\text{MODULO DELLA SOMMA}}$



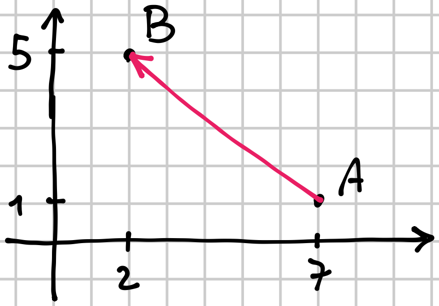
$|\vec{a} + \vec{b}| = \overline{AC} \qquad a = \overline{AB}$

$b = \overline{BC}$

$\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$

in un triangolo un lato è minore della somma degli altri due

OSSERVAZIONE



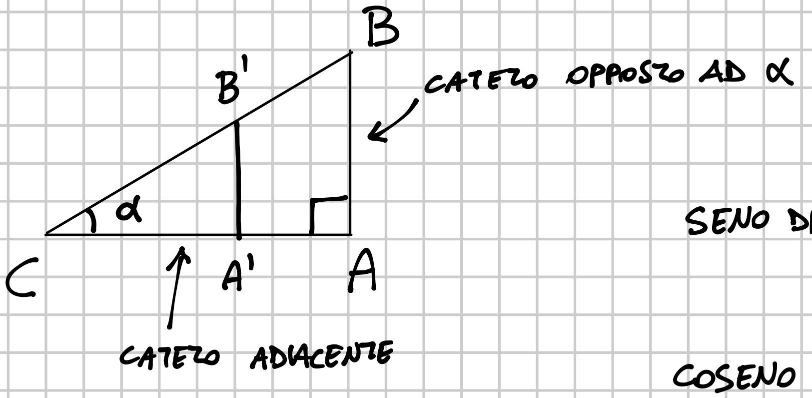
$A(7,1) \quad B(2,5)$

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$

$= (2-7, 5-1) = (-5, 4)$

faccio la differenza fra le coordinate di B e quelle di A

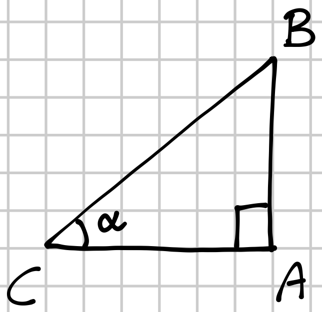
SENO E COSENO DI UN ANGOLO



$$\text{SENO DI } \alpha = \sin\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C}}$$

$$\text{COSENO DI } \alpha = \cos\alpha = \frac{\overline{CA}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{B'C}}$$

I due triangoli ABC e A'B'C sono SIMILI, cioè hanno i lati corrispondenti in proporzione. Quindi $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$ dipendono solo dall'angolo α e non dal particolare triangolo scelto.

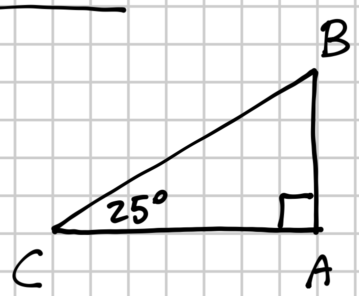


Se conosco l'ipotenusa $\overline{BC}$ e l'angolo α, posso ricavare i due cateti con le formule:

$\overline{AB} = \overline{BC} \cdot \sin\alpha$ $\qquad$ $\overline{AC} = \overline{BC} \cdot \cos\alpha$

$\sin\alpha$ e $\cos\alpha$ si possono calcolare con la calcolatrice, impostata in DEG (gradi sessagesimali)

ESEMPIO



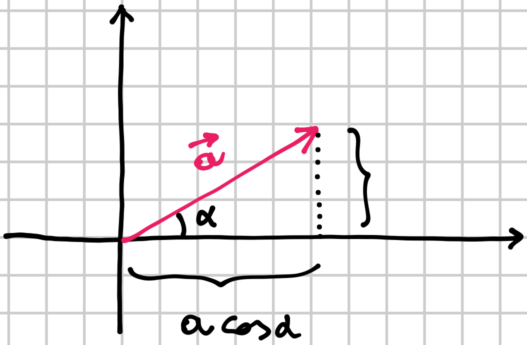
$\alpha = 25°$ $\qquad$ $\overline{BC} = 15$ cm $\qquad$ $\overline{AB} = ?$

$\overline{AC} = ?$

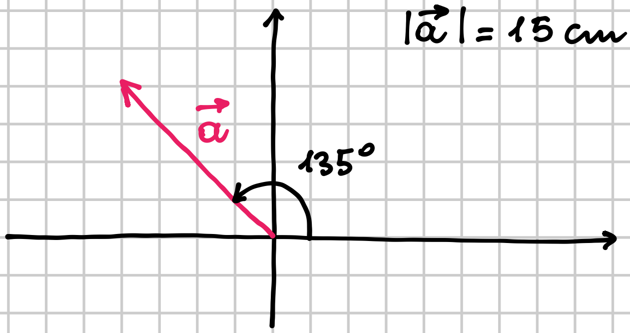
$$\overline{AB} = \overline{BC} \cdot \sin 25° = (15 \text{ cm}) \cdot \sin 25° = 6{,}339\ldots \text{ cm}$$

cateto opposto

$$\overline{AC} = \overline{BC} \cdot \cos 25° = (15 \text{ cm}) \cdot \cos 25° = 13{,}59\ldots \text{ cm}$$



$$\begin{cases} a_x = a \cdot \cos\alpha \\ a_y = a \cdot \sin\alpha \end{cases}$$



$|\vec{a}| = 15\ \text{cm}$

$$\begin{cases} a_x = (15\ \text{cm}) \cdot \cos 135^\circ = -10{,}606\ldots\ \text{cm} \\ a_y = (15\ \text{cm}) \cdot \sin 135^\circ = 10{,}606\ldots\ \text{cm} \end{cases}$$