17/9/2021

143 4. $\begin{cases} 10x - 5y = 2 \\ 15x + 20y = 14 \end{cases}$

$$\begin{cases} 40x - 20y = 8 \\ 15x + 20y = 14 \end{cases}$$

$$55x \quad // \quad = 22$$

$$\begin{cases} 55x = 22 \\ 10x - 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{22}{55} = \frac{2}{5} \\ \cancel{10}^{2} \cdot \frac{2}{\cancel{5}} - 5y = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ -5y = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \qquad \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$$

ALTERNATIVA

$$\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) \begin{cases} 10x - 5y = 2 \\ 15x + 20y = 14 \end{cases} \qquad \begin{cases} 10x - 5y = 2 \\ -10x - \frac{40}{3}y = -\frac{28}{3} \end{cases} \qquad \cdots$$

$$// \quad -\frac{55}{3}y = -\frac{22}{3}$$

$$-5 - \frac{40}{3} \qquad 2 - \frac{28}{3}$$

149 $\begin{cases}(2x-1)^2-6y=2+4x^2\\ \frac{2}{3}x=\frac{1}{3}-y\end{cases}$

$\begin{cases}\cancel{4x^2}+1-4x-6y=2+\cancel{4x^2}\\ 2x=1-3y\end{cases}$ $\quad 2\cdot\begin{cases}-4x-6y=1\\ 2x+3y=1\end{cases}$

$\begin{cases}-4x-6y=1\\ 4x+6y=2\end{cases}$

$// \quad // = 3$

$\begin{cases}0=3\\ 2x+3y=1\end{cases}$ SISTEMA IMPOSSIBILE

$\emptyset$

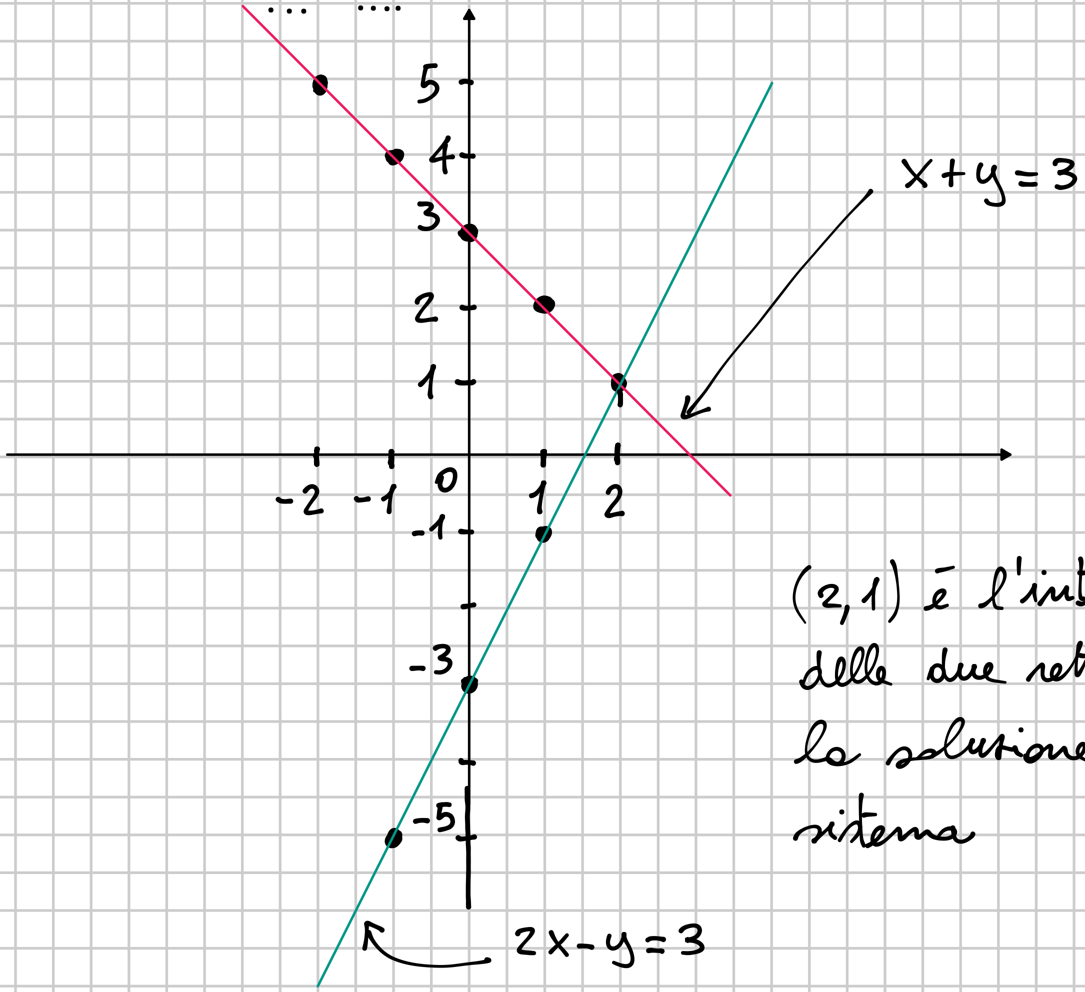
INTERPRETAZIONE GRAFICA DEI SISTEMI LINEARI

$$\begin{cases} x + y = 3 & \boxed{1} \\ 2x - y = 3 & \boxed{2} \end{cases}$$

$\boxed{1}$ $x + y = 3$

x	y
0	3
1	2
−1	4
2	1
−2	5
...	....

$(0,3), (1,2), (-1,4), (2,1), (-2,5), \ldots$



(2,1) è l'intersezione delle due rette ed è la soluzione del sistema

(2) $2x - y = 3$

x	y
0	-3
1	-1
-1	-5
...	....

$(0,-3)$, $(1,-1)$, $(-1,5)$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=3 \end{cases}$$

$$\overline{3x \quad // = 6}$$

$$\begin{cases} 3x = 6 \\ x+y=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{6}{3} = 2 \\ 2+y=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=2 \\ y = 3-2=1 \end{cases}$$

$$\boxed{(2,1)}$$

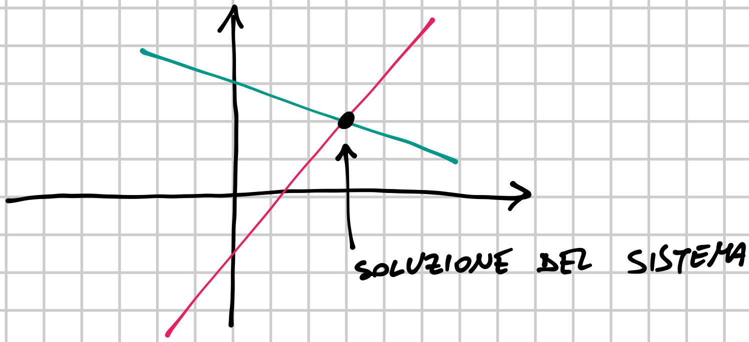
Ogni equazione lineare del tipo $ax+by+c=0$ (in cui a e b non sono contemporaneamente nulli) rappresenta una retta nel piano cartesiano: ogni punto (x,y) che è soluzione dell'equazione sta su tale retta e viceversa ogni punto della retta è soluzione dell'equazione.

CASI POSSIBILI :

1) SISTEMA DETERMINATO
(1 SOLA SOLUZIONE)

$\Downarrow$

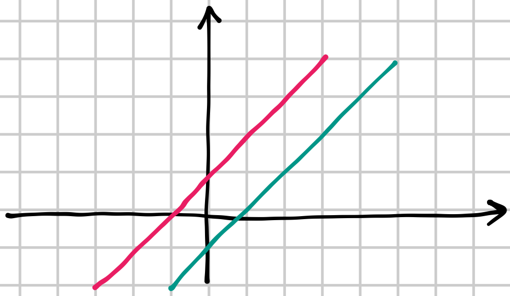
RETTE INCIDENTI



2) SISTEMA IMPOSSIBILE
(NESSUNA SOLUZIONE)

$\Downarrow$

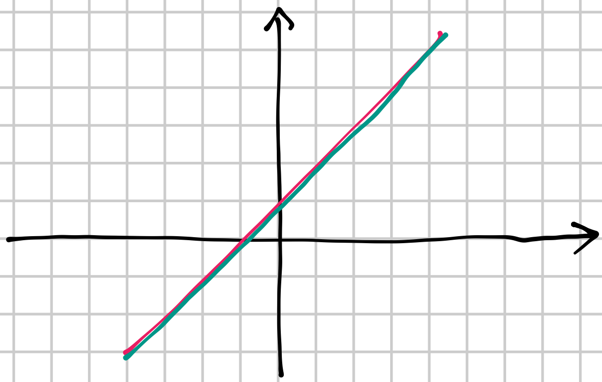
RETTE PARALLELE



3) SISTEMA INDETERMINATO
(INFINITE SOLUZIONI)

$\Downarrow$

RETTE COINCIDENTI
(le 2 equazioni rappresentano la STESSA retta)



le infinite soluzioni sono quelle che soddisfano l'eq. della retta

OSSERVAZIONI

1) SISTEMI INDETERMINATI

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

Osservo che il rapporto dei coefficienti è costante (uguale a $\frac{1}{2}$)

In generale:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

è INDETERMINATO sse $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

SISTEMA IN FORMA NORMALE
con coefficienti non nulli

2) SISTEMA IMPOSSIBILE

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 7 \end{cases}$$

Osservo che il rapporto dei coefficienti della x e della y è uguale, ma diverso da quello dei termini noti

In generale:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

è IMPOSSIBILE sse $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

SISTEMA IN FORMA NORMALE
con coeff. non nulli

3) SISTEMA DETERMINATO

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

è DETERMINATO sse $\dfrac{a}{a'} \neq \dfrac{b}{b'}$

(1 soluz.)

SISTEMA IN FORMA NORMALE CON COEFF. NON NULLI

197 $\begin{cases} -x + 5y = -3 \\ 2x - 10y - 6 = 0 \end{cases}$

STABILIRE SE È DETERMINATO, INDETERMINATO O IMPOSSIBILE

$$\begin{cases} -x + 5y = -3 \\ 2x - 10y = 6 \end{cases}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{b}{b'} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{c}{c'} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

tutti uguali

$\Downarrow$

SISTEMA INDETERMINATO

196 $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = -3 \end{cases}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{1}{2} \qquad \frac{b}{b'} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{c}{c'} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

SISTEMA IMPOSSIBILE