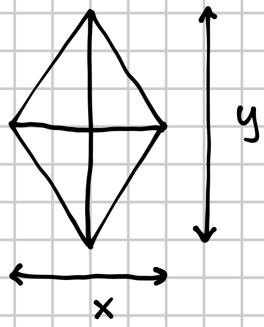
ESERCIZIO DELLA VERIFICA

19/10/2021

6. Determina la misura delle diagonali di un rombo, sapendo che la loro somma è 12 e che, se aumenti la diagonale minore di 4 e diminuisci la maggiore di 6, ottieni un altro rombo al cui area supera di 2 l'area del primo.



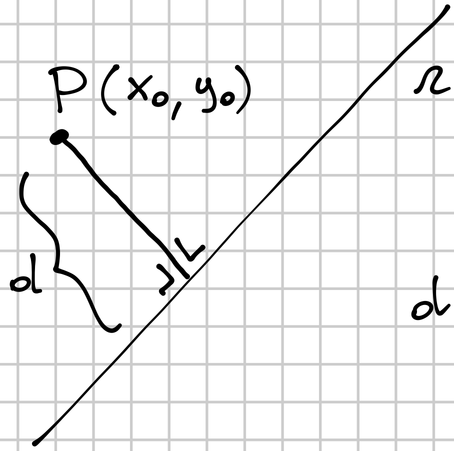
$$\begin{cases} x+y=12 \\ \dfrac{(x+4)(y-6)}{2} = 2 + \dfrac{xy}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=12-x \\ \cancel{xy}-6x+4y-24 = 4+\cancel{xy} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=12-x \\ -6x+48-4x-24=4 \end{cases}$$

$$-10x=-20 \qquad \begin{cases} x=2 \\ y=12-2=10 \end{cases}$$

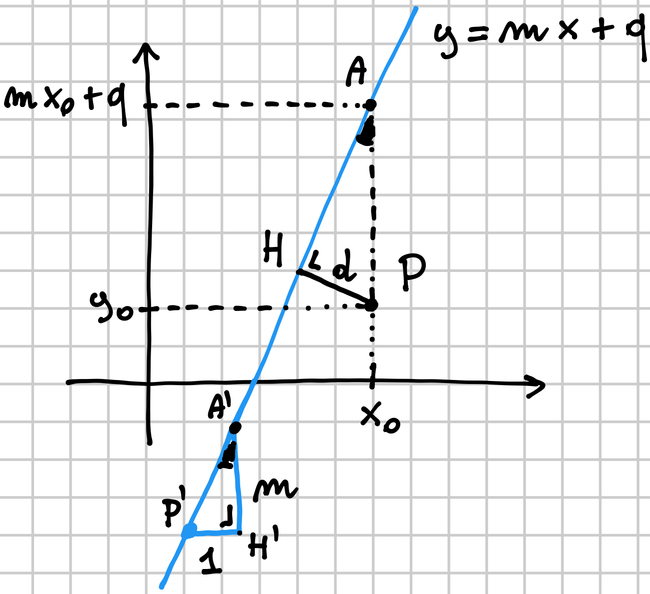
DISTANZA PUNTO - RETTA



$r: \; ax + by + c = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

DIMOSTRAZIONE (BY ROBERTO ZANASI)



I due triangoli APH e A'P'H' sono SIMILI (perché hanno angoli interni congruenti), quindi hanno i lati in proporzione

$$\overline{AP} : \overline{A'P'} = \overline{PH} : \overline{P'H'}$$

$\overline{AP} = |mx_0 + q - y_0| \qquad \overline{A'P'} = \sqrt{m^2+1} \qquad \overline{P'H'} = 1$

$$d = \overline{PH} = \frac{\overline{AP} \cdot \overline{P'H'}}{\overline{A'P'}} = \frac{|mx_0 - y_0 + q|}{\sqrt{m^2+1}}$$

OSSERVAZIONE IMPORTANTE : PASSAGGIO FORMA ESPLICITA/IMPLICITA E VICEVERSA

(se $b \neq 0$)

$ax + by + c = 0 \qquad by = -ax - c \qquad y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

$$\boxed{m = -\frac{a}{b} \qquad q = -\frac{c}{b}}$$

$$d = \frac{|m x_0 - y_0 + q|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{\left|-\frac{a}{b} x_0 - y_0 - \frac{c}{b}\right|}{\sqrt{\frac{a^2}{b^2}+1}} =$$

$$m = -\frac{a}{b} \qquad q = -\frac{c}{b}$$

PROPRIETÀ OVVIA DEL MODULO

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

$$= \frac{\left|-\frac{1}{b}(a x_0 + b y_0 + c)\right|}{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}} = \frac{\left|-\frac{1}{b}\right| \, |a x_0 + b y_0 + c|}{\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{b^2}}} =$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \quad (\text{se } x, y > 0)$$

$$|x| = |-x|$$

$$= \frac{\cancel{\left|\frac{1}{b}\right|} \cdot |a x_0 + b y_0 + c|}{\cancel{\frac{1}{\sqrt{b^2}}} \cdot \sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|a x_0 + b y_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\sqrt{b^2} = |b|$$

QED

Trovare $d(P, r)$

436 $P(2, 1)$ $r: 4x + 3y - 1 = 0$ [2]

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d(P, r) = \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$