20/10/2021

551 Un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, è tale che:

- C è il punto di intersezione delle rette di equazioni $x - y - 1 = 0$ e $x - 2y + 4 = 0$;
- il punto medio M di AB ha coordinate $(4, 1)$;
- il vertice A del triangolo ha ordinata che supera di 1 il doppio dell'ascissa.

Determina le coordinate dei vertici del triangolo ABC. $\left[A\left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right); B\left(\frac{36}{5}, -\frac{3}{5}\right); C(6, 5)\right]$

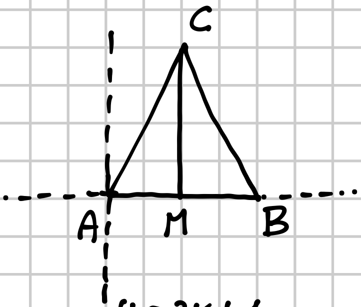
$$\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ -x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = y + 1 = 5 + 1 = 6 \\ y = 5 \end{cases} \qquad \boxed{C(6,5)}$$

$$// \quad y - 5 = 0$$

retta che contiene A ha equazione $\boxed{y = 2x + 1}$

$\Rightarrow$ le coordinate di A sono del tipo $(x_A, 2x_A + 1)$

Siccome il triangolo ABC è isoscele sulla base AB, si ha che la retta CM è perpendicolare ad AB. (l'altezza coincide con la mediana)



Troviamo la retta CM (retta per due punti) $C(6,5)$ $M(4,1)$

$$\frac{y-5}{1-5} = \frac{x-6}{4-6} \qquad \frac{y-5}{\cancel{-4}_{\,2}} = \frac{x-6}{\cancel{-2}}$$

$$y - 5 = 2x - 12$$

$$y = 2x - 7$$

La retta AB è la retta passante per M con coefficiente angolare $-\frac{1}{2}$ (antireciproco di 2)

(in realtà bastava calcolare il coeff. angolare)

$\Downarrow$

$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 4)$ retta AB

$$\begin{cases} y = 2x + 1 & \text{retta che contiene } A \\ y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 4) & \text{retta } AB \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + \cancel{1} - \cancel{1} = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2 \cdot \frac{4}{5} + 1 = \frac{8}{5} + 1 = \frac{13}{5} \end{cases}$$

$2x + \frac{1}{2}x = 2 \qquad 5x = 4 \qquad x = \frac{4}{5}$

$\boxed{A\left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right)} \qquad M(4, 1)$

$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_B = 2x_M - x_A$

$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow y_B = 2y_M - y_A$

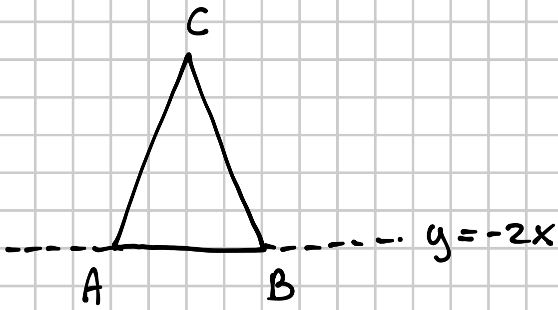
$x_B = 2 \cdot 4 - \frac{4}{5} = 8 - \frac{4}{5} = \frac{36}{5} \qquad y_B = 2 \cdot 1 - \frac{13}{5} = -\frac{3}{5}$

$\boxed{B\left(\frac{36}{5}, -\frac{3}{5}\right)}$

552 Un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, è tale che:

- C è il punto di coordinate $(3, 4)$;
- il lato AB giace sulla retta di equazione $y = -2x$;
- l'ordinata del punto A è 5.

Determina le coordinate dei vertici A e B del triangolo ABC. $\left[A\left(-\frac{5}{2}, 5\right); B\left(\frac{1}{2}, -1\right)\right]$



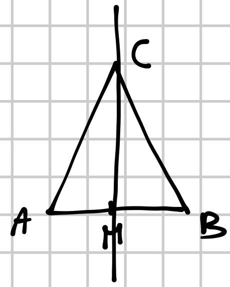
Per trovare A, che appartiene a $y=-2x$, dato che l'ordinata è 5, sostituisco 5 alla y nell'equaz. $y=-2x$

$$\begin{cases} y = 5 \\ y = -2x \end{cases} \Rightarrow 5 = -2x \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, 5\right)$$

Per trovare B

$\boxed{1^\circ \text{ MODO}}$



trovo il punto medio M di AB (so che è dato dall'intersezione della perpendicolare ad AB per C)

retta per C perpendicolare ad AB $\Rightarrow$ $y-4 = m(x-3)$

antireciproco $m_{AB} = -2$

$y - 4 = \frac{1}{2}(x-3)$ retta CM

$$M \begin{cases} y-4 = \frac{1}{2}(x-3) \\ y = -2x \end{cases} \quad \begin{cases} -2x-4 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ y = -2x \end{cases}$$

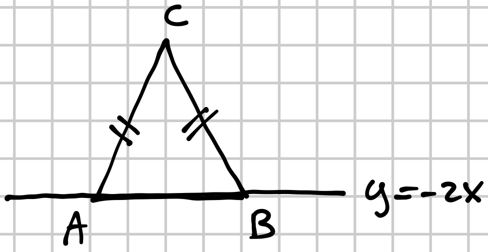
$$\begin{cases} -4x - 8 = x - 3 \\ y = -2x \end{cases} \quad \begin{cases} -5x = 5 \\ \dots \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \quad M(-1, 2)$$

$$x_B = 2x_M - x_A = 2(-1) - \left(-\frac{5}{2}\right) = -2 + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_B = 2y_M - y_A = 2 \cdot 2 - 5 = -1$$

$$B\left(\frac{1}{2}, -1\right)$$

$\boxed{2° \text{ MODO}}$



$\overline{AC} = \overline{BC}$ $\quad A\left(-\frac{5}{2}, 5\right)$

$C(3, 4)$

$B \in y=-2x \implies y_B = -2x_B \qquad B(x_B, -2x_B)$

$\overline{AC} = \overline{BC} \qquad \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$$(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2$$

$$\left(-\frac{5}{2} - 3\right)^2 + (5-4)^2 = (x_B - 3)^2 + (-2x_B - 4)^2$$

$$\frac{121}{4} + 1 = x_B^2 - 6x_B + 9 + 4x_B^2 + 16x_B + 16$$

$$5x_B^2 + 10x_B + 25 - \frac{121}{4} - 1 = 0$$

$$5x_B^2 + 10x_B - \frac{25}{4} = 0$$

$$\cancel{5}\left(x_B^2 + 2x_B - \frac{5}{4}\right) = 0$$

$$4x_B^2 + 8x_B - 5 = 0$$

SOMMA $= 8$ $\quad -2$

PRODOTTO $= -20$ $\quad 10$

$$4x_B^2 - 2x_B + 10x_B - 5 = 0$$

$$2x_B(2x_B - 1) + 5(2x_B - 1) = 0$$

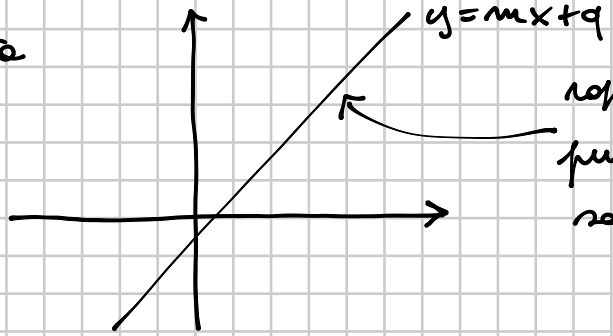
$$(2x_B - 1)(2x_B + 5) = 0 \quad \nearrow x_B = \frac{1}{2} \quad \searrow x_B = -\frac{5}{2}$$

è ancora l'ascissa di A

$x_B = \frac{1}{2} \qquad y_B = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1 \qquad \boxed{B\left(\frac{1}{2}, -1\right)}$

SEMIPIANI : RAPPRESENTAZIONE

$y = mx + q \longrightarrow$ retta

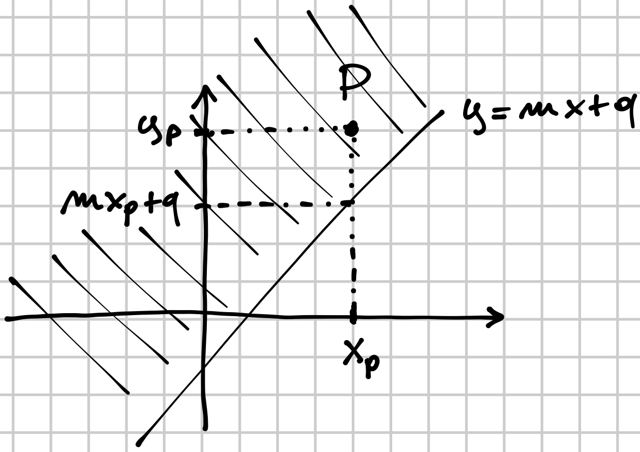


rappresenta tutti i punti che soddisfano $y = mx + q$

$y > mx + q$

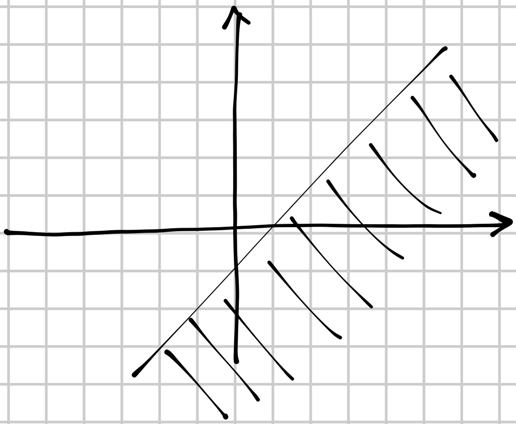
rappresenta il SEMIPIANO SUPERIORE DI BORDO $y = mx + q$

(BORDO ESCLUSO)



$y < mx + q$

SEMIPIANO INFERIORE



$y \geq mx + q$ e $y \leq mx + q$ hanno i bordi inclusi

$$\begin{cases} y > 2x \\ y \leq -x+1 \end{cases}$$

→ INTERSEZIONE DI SEMIPIANI

Disegno le rette $y = 2x$ (tratteggiata)

$y = -x+1$ (continua)

$y = 2x$

x	y
0	0
1	2

$y = -x+1$

x	y
0	1
1	0