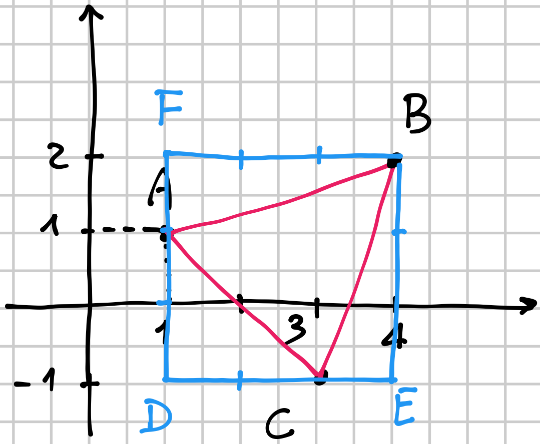
AREA DI UN TRIANGOLO

DATI I VERTICI

25/10/2021

$A(1,1) \quad B(4,2) \quad C(3,-1)$



$\mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{DEBF} - \mathcal{A}_{DCA} - \mathcal{A}_{CEB} - \mathcal{A}_{ABF}$

$= 3 \cdot 3 - \frac{1}{2}(2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 1) =$

$= 9 - \frac{1}{2}(4 + 3 + 3) =$

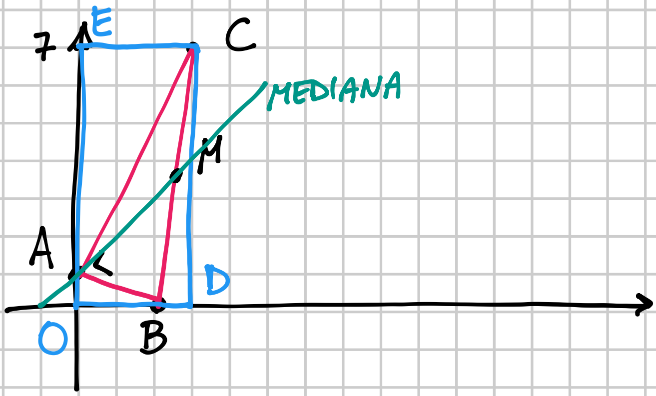
$= 9 - 5 = 4$

545 È dato il triangolo *ABC* di vertici *A*(0, 1), *B*(2, 0), *C*(3, 7).

a. Verifica che è rettangolo.

b. Calcola il perimetro e l'area di *ABC*.

c. Verifica che la mediana relativa a *BC* divide il triangolo in due triangoli equivalenti.



a) $m_{AB} = \frac{0-1}{2-0} = -\frac{1}{2}$

$m_{AC} = \frac{7-1}{3-0} = 2$

$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$ quindi

$AC \perp AB$

b) $\mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{ODCE} - \mathcal{A}_{AOB} - \mathcal{A}_{BDC} - \mathcal{A}_{ACE} =$

$= 3 \cdot 7 - \frac{1}{2}(2 \cdot 1 + 1 \cdot 7 + 3 \cdot 6) = 21 - \frac{1}{2}(2 + 7 + 18) =$

$= 21 - \frac{27}{2} = \frac{42-27}{2} = \frac{15}{2}$

$\overline{AB} = \sqrt{(2-0)^2+(0-1)^2} = \sqrt{5}$ $\qquad$ $\overline{BC} = \sqrt{(3-2)^2+(7-0)^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25\cdot 2} =$

$= \sqrt{25}\cdot\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$\overline{AC} = \sqrt{(3-0)^2+(7-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

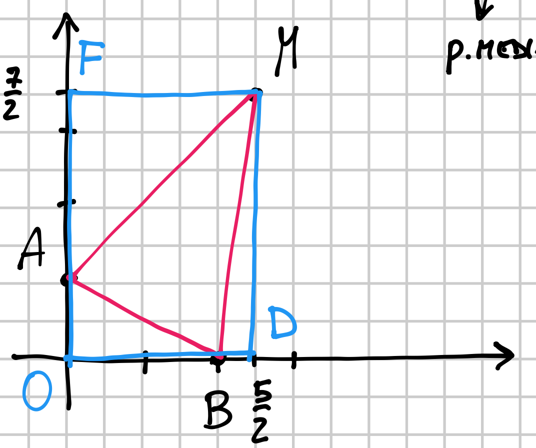
$2p = \sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{2} = 4\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$

c) Calcolo l'area di ABM e verifica che è la metà dell'area di ABC

$A(0,1)$ $\quad B(2,0)$ $\quad M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$ $\qquad C(3,7)$

↓

p.medio di BC



$$\mathcal{A}_{ABM} = \frac{5}{2}\cdot\frac{7}{2} - \frac{1}{2}\left(2\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{2} + \frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}\right) =$$

$$= \frac{35}{4} - \frac{1}{2}\left(2 + \frac{7}{4} + \frac{25}{4}\right) =$$

$$= \frac{35}{4} - \frac{1}{2}\cdot\frac{8+7+25}{4} =$$

$$= \frac{35}{4} - \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{40}^{\,20}}{4} = \frac{15}{4} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{ABC}$$

OK!

$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ABC} - \mathcal{A}_{ABM} = \frac{15}{2} - \frac{15}{4} = \frac{15}{4} = \mathcal{A}_{ABM}$, cioè i due triangoli AMC e ABM sono equivalenti.

538 Dati i punti $A(-2, 3)$, $B(4, 1)$, determina:

a. l'equazione della retta AB;

b. l'equazione della retta r, passante per il punto medio M di AB, parallela alla retta di equazione $4x + 2y + 1 = 0$;

c. l'equazione della retta s, passante per il punto medio M di AB, perpendicolare alla retta di equazione $4x + 2y + 1 = 0$;

d. il valore di k per cui il punto $P(2k, k - 1)$ appartiene alla retta r;

e. in corrispondenza al valore di k di cui al punto precedente, la distanza di P dalla retta AB.

[**a.** $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$; **b.** $y = 4 - 2x$; **c.** $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$; **d.** $k = 1$; **e.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$]

a)

$$\frac{y-3}{1-3} = \frac{x+2}{4+2} \qquad \frac{y-3}{\cancel{-2}_{-1}} = \frac{x+2}{\cancel{6}_{3}} \qquad y - 3 = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 3 \qquad \boxed{y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}}$$

b) $M\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = (1, 2)$ $\qquad // \ 4x + 2y + 1 = 0$

$2y = -4x - 1 \qquad y = -2x - \frac{1}{2}$

m

retta per M di coeff. ang. -2

$\Downarrow$

$$y - 2 = -2(x-1) \qquad y - 2 = -2x + 2 \qquad \boxed{y = -2x + 4} : r$$

c) retta per M di coeff. ang. $+\frac{1}{2}$

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x-1) \qquad y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 2 \qquad \boxed{y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}$$

d) $P(2k, k-1) \in y = -2x + 4$ $\qquad k - 1 = -2 \cdot 2k + 4$

$$k - 1 = -4k + 4 \qquad 5k = 5 \qquad \boxed{k = 1}$$

e) $d(P, AB) \qquad P(2, 0) \qquad y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \qquad 3y = -x + 7$

$x + 3y - 7 = 0$

$$d = \frac{|2 + 3 \cdot 0 - 7|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|-5|}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\cancel{5}\sqrt{10}}{\cancel{10}_{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$