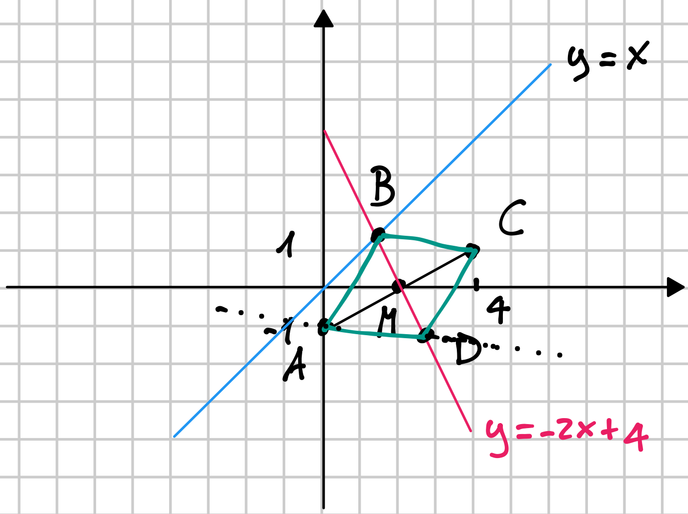
26/10/2021

415 Dati i punti $A(0, -1)$ e $C(4, 1)$, determina i restanti vertici del rombo $ABCD$, di diagonale AC, sapendo che B appartiene alla bisettrice del primo e del terzo quadrante.

$\left[B\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right), D\left(\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}\right)\right]$



1) Trovo il punto medio della diagonale AC

$$M\left(\frac{0+4}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = (2, 0)$$

2) Trovo la retta $\perp AC$ passante per M

$$m_{AC} = \frac{1+1}{4-0} = \frac{1}{2} \qquad m' = -2$$

ANTIRECIPROCO

$$\boxed{y - y_0 = m(x - x_0)} \Rightarrow y - 0 = -2(x-2) \qquad y = -2x + 4$$

3) Trovo B intersecando la retta trovata con la bisettrice $y = x$

$$\begin{cases} y = -2x+4 \\ y = x \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2x+4 \\ y = x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = 4 \\ y = x \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \qquad B\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

4) Trovo D considerando che M è il punto medio di BD

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \Rightarrow x_D = 2x_M - x_B = 2 \cdot 2 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2} \Rightarrow y_D = 2y_M - y_B = 2 \cdot 0 - \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$D\left(\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}\right)$$

4') ALTERNATIVO (meno conveniente)

Trovo D come intersezione fra la retta $y=-2x+4$ e la parallela a BC passante per A

$B\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right) \quad C(4,1) \qquad m_{BC} = \dfrac{1-\frac{4}{3}}{4-\frac{4}{3}} = \dfrac{-\frac{1}{3}}{\frac{8}{3}} = -\dfrac{1}{8}$

retta per $A(0,-1)$ // BC $\Rightarrow$

$$y+1 = -\frac{1}{8}(x-0)$$

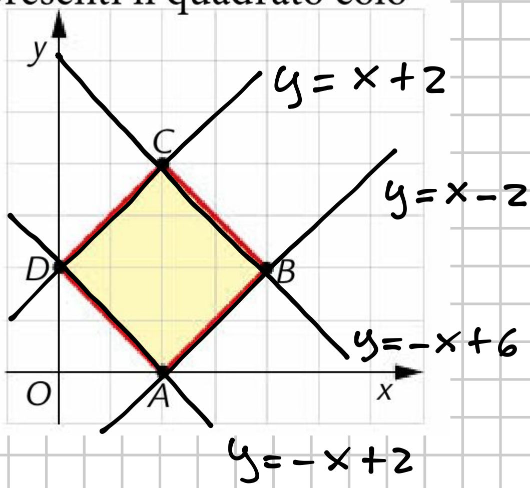
stesso coeff. angolare perché //

$$y = -\frac{1}{8}x - 1$$

$$\begin{cases} y = -2x+4 \\ y = -\frac{1}{8}x - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -\frac{1}{8}x - 1 = -2x+4 \\ y = -2x+4 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x-8 = -16x+32 \\ y=-2x+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x = 40 \\ y = -2x+4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{40}{15} = \frac{8}{3} \\ y = -2\cdot\frac{8}{3} + 4 = -\frac{16}{3} + 4 = -\frac{4}{3} \end{cases} \qquad D\left(\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}\right)$$

513 Scrivi un sistema che rappresenti il quadrato colorato in figura e stabilisci per quali valori di a il punto $P(3a, 1 - a)$ è *interno* a tale quadrato (ossia appartiene al quadrato ma non alla sua frontiera). $\left[\frac{1}{2} < a < \frac{3}{4}\right]$



514

$$\begin{cases} y \leq x + 2 \\ y \geq x - 2 \\ y \leq -x + 6 \\ y \geq -x + 2 \end{cases}$$

SISTEMA CHE RAPPRESENTA IL QUADRATO

$P(3a, 1-a)$ è interno se soddisfa il sistema con le disuguaglianze strette (senza gli =)

$$\begin{cases} 1-a < 3a+2 \\ 1-a > 3a-2 \\ 1-a < -3a+6 \\ 1-a > -3a+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a < 1 \\ -4a > -3 \\ 2a < 5 \\ 2a > 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} a > -\frac{1}{4} \\ a < \frac{3}{4} \\ a < \frac{5}{2} \\ a > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow -\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} < a < \frac{5}{2}$

$-\frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{4}$ $\quad \frac{5}{2}$

$$\boxed{\frac{1}{2} < a < \frac{3}{4}}$$