22/11/2021

833 $2^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{4}{3}} =$

$$= 2^{\frac{1}{3}} \cdot (2^2)^{\frac{2}{3}} \cdot (2^{-3})^{-\frac{1}{2}} \cdot (2^{-2})^{\frac{4}{3}} =$$

$$= 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-\frac{8}{3}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{4}{3}+\frac{3}{2}-\frac{8}{3}} =$$

$$= 2^{\frac{2+8+9-16}{6}} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \boxed{\sqrt{2}}$$

849 $\sqrt{\frac{1}{5}\sqrt[3]{5}} : \sqrt[3]{\frac{1}{5}} =$

Risolvere usando le potenze a esponente razionale

$$= \left(5^{-1} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} : \left(5^{-1}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \left(5^{-1+\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} : 5^{-\frac{1}{3}} =$$

$$= \left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} : 5^{-\frac{1}{3}} = 5^{-\frac{1}{3}} : 5^{-\frac{1}{3}} = 5^{-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)} = 5^0 = 1$$

850 $\sqrt[4]{2\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt[8]{2} =$

$$= \left(2 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot (2)^{\frac{1}{8}} = \left(2^{1-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} =$$

$$= \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}} = 2^{\frac{2}{8}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$$

270 $\sqrt[3]{\frac{16a^5}{b^8}} : \sqrt[3]{2a^{-1}b} =$

$$= \sqrt[3]{\frac{16a^5}{b^8} : \left(2a^{-1}b\right)} = \sqrt[3]{\frac{16a^5}{b^8} : \frac{2b}{a}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{\overset{8}{\cancel{16}}a^5}{b^8} \cdot \frac{a}{\cancel{2}b}} = \sqrt[3]{\frac{8a^6}{b^9}} = \sqrt[\cancel{3}]{\frac{2^{\cancel{3}}a^{\cancel{6}\,2}}{b^{\cancel{9}\,3}}} = \boxed{\frac{2a^2}{b^3}}$$

854 $$\sqrt{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt{\frac{1}{x}}}\cdot\sqrt[4]{x} =$$

Risolvere con potenze a esp. razionale

$$= \left(x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{4}} = \left(x^{-\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{4}} = x^{-\frac{1}{12}}\cdot x^{\frac{1}{4}} =$$

$$= x^{-\frac{1}{12}+\frac{1}{4}} = x^{\frac{-1+3}{12}} = x^{\frac{2}{12}} = x^{\frac{1}{6}} = \boxed{\sqrt[6]{x}}$$

Razionalizzare il denominatore

613 $$\frac{12}{\sqrt{3}\,(\sqrt{7}-\sqrt{6})} =$$ $[4(\sqrt{21}+3\sqrt{2})]$

$$= \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{\sqrt{3}}\,(\sqrt{7}-\sqrt{6})}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{3}}}\cdot\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{21}+4\sqrt{18}}{7-6} = 4\sqrt{21}+4\sqrt{2\cdot 3^2} =$$

$$= 4\sqrt{21}+12\sqrt{2} = 4\left(\sqrt{21}+3\sqrt{2}\right)$$

Razionalizzare il den.

615 $\dfrac{1}{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})(2+\sqrt{3})}$ $=$ $[2\sqrt{11}-\sqrt{33}+4\sqrt{3}-6]$

$$= \frac{1}{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})(2+\sqrt{3})} \cdot \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}{2\sqrt{3}+\sqrt{11}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{11})(2-\sqrt{3})}{(12-11)\cdot(4-3)} = \boxed{4\sqrt{3}-6+2\sqrt{11}-\sqrt{33}}$$

RADICALI E VALORE ASSOLUTO

DOMANDA 1: È sempre vera l'uguaglianza $\sqrt{x^2} = x$? NO

DOMANDA 2: È sempre vera l'uguaglianza $\sqrt[3]{x^3} = x$? SÌ

1) $\sqrt{x^2} = x$ è vera solo se $x \geq 0$. Infatti, ad es., se $x = -5$

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5 \neq -5$$

non è x, ma $-x$

Vale che:

$$\sqrt{x^2} = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad \text{cioè} \quad \boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

2) $\sqrt[3]{x} = x$ è vero sia per $x \geq 0$ che per $x < 0$, perché esiste la radice cubica di un numero negativo, ed è ancora negativo.

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \quad \text{cioè} \quad \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

e anche $\sqrt[3]{2^3} = 2$

In generale

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{se } n \text{ è pari} \\ a & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases} \quad \text{per ogni } a \in \mathbf{R}$$

n PARI $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ $\qquad$ n DISPARI $\sqrt[n]{a^n} = a$