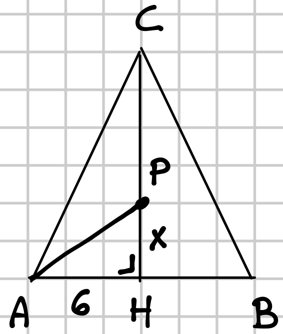
14/12/2021

709 In un triangolo isoscele ABC la base AB è lunga 12 cm e i lati obliqui sono lunghi 10 cm. Determina un punto P, sull'altezza relativa ad AB, in modo che la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati del triangolo APC sia uguale a 176 cm^2.
[$PC = 2$ cm $\vee$ $PC = 6$ cm]



$\overline{AC} = \overline{BC} = 10$

$\overline{AB} = 12$

Pongo $\overline{PH} = x$ $\qquad 0 < x < 8$

$\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$

$\boxed{\overline{AP}^2 + \overline{PC}^2 + \overline{AC}^2 = 176}$ equazione da risolvere

$\overline{AP}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HP}^2 = 36 + x^2 \qquad \overline{PC}^2 = (8-x)^2 \qquad \overline{AC}^2 = 100$

$36 + x^2 + (8-x)^2 + 100 = 176$

$x^2 + 64 + x^2 - 16x + 136 - 176 = 0$

$2x^2 - 16x + 24 = 0$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$(x-6)(x-2) = 0$

$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$\boxed{x = 6 \vee x = 2}$

$PH = 6$ cm $\vee$ $PH = 2$ cm

715 Con GeoGebra **ESERCIZIO GUIDATO**

In un rettangolo $ABCD$ si ha $\overline{AB} = 6$ e $\overline{BC} = 2$. Determina sul lato AB un punto P in modo che l'angolo $D\hat{P}C$ sia retto.

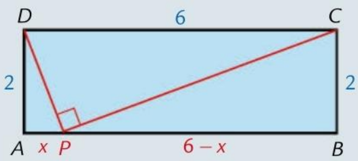
- Individua i dati e l'obiettivo.

  Dati: .... **Obiettivo:** ....

- Per determinare il punto P basta determinare, per esempio, la distanza di P da A. Poni allora:

  $\overline{PA} = x$

- Dal momento che il punto P deve appartenere al lato AB, la sua distanza da A deve essere compresa fra 0 e 6, quindi deve essere $0 \leq x \leq 6$.



- L'angolo $D\hat{P}C$ è retto se e solo se il triangolo DPC è rettangolo in $\hat{P}$. Ma il triangolo DPC è rettangolo in $\hat{P}$ se e solo se è soddisfatto il teorema di Pitagora. Puoi allora impostare la seguente equazione:

$$\underbrace{x^2 + 2^2}_{\overline{PD}^2} + \underbrace{(6-x)^2 + 2^2}_{\overline{PC}^2} = \underbrace{6^2}_{\overline{CD}^2}$$

$$\overline{DP}^2 = x^2 + 2^2$$

$$\overline{PC}^2 = (6-x)^2 + 2^2$$

- Risolvendo l'equazione trovi come soluzioni:

  $x = 3 - \sqrt{5}$ o $x = 3 + \sqrt{5}$

- Entrambe le soluzioni sono comprese fra 0 e 6 (sai giustificarlo?), quindi sono accettabili. Dunque esistono due punti su AB in corrispondenza dei quali $D\hat{P}C$ è retto: il punto P per cui $\overline{PA} = 3 - \sqrt{5}$ e il punto P per cui $\overline{PA} = 3 + \sqrt{5}$.
  Come risultano questi due punti rispetto all'asse di AB? SIMMETRICI

$[\overline{AP} = 3 - \sqrt{5} \vee \overline{AP} = 3 + \sqrt{5}]$

$$x^2 + 4 + \cancel{36} + x^2 - 12x + 4 - \cancel{36} = 0$$

$$2x^2 - 12x + 8 = 0$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \qquad \frac{\Delta}{4} = 9 - 4 = 5$$

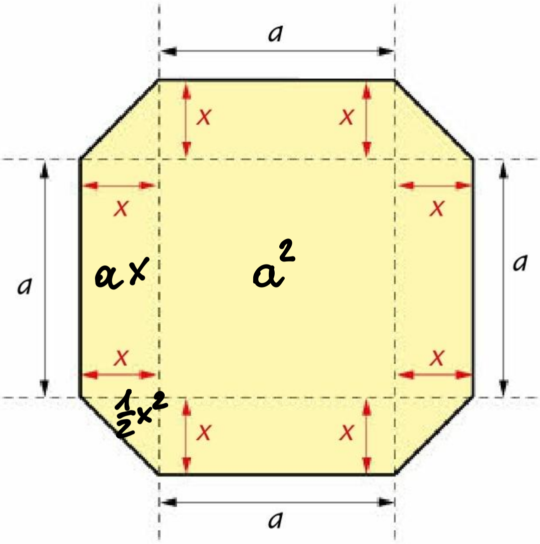
$x = 3 \pm \sqrt{5}$ accettabili perché entrambe comprese tra 0 e 6

$$\boxed{\overline{PA} = 3 \pm \sqrt{5}}$$

705 Osserva la figura. Determina x in modo che l'area dell'ottagono colorato sia $\frac{23}{9}a^2$. $\left[\frac{a}{3}\right]$

$a > 0$

$x > 0$



$$a^2 + 4ax + \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}x^2 = \frac{23}{9}a^2$$

$$a^2 + 4ax + 2x^2 = \frac{23}{9}a^2$$

$$2x^2 + 4ax + a^2 - \frac{23}{9}a^2 = 0$$

$$2x^2 + 4ax - \frac{14}{9}a^2 = 0$$

$$x^2 + 2ax - \frac{7}{9}a^2 = 0$$

$$9x^2 + \underbrace{18ax}_{b} \underbrace{-7a^2}_{c} = 0 \qquad \frac{\Delta}{4} = 81a^2 + 63a^2 = 144a^2 = (12a)^2$$

$$\beta = 9a$$

$$x = \frac{-9a \pm 12a}{9} = \begin{cases} -\frac{21}{9}a \quad \text{N.A.} \\ \frac{3a}{9} = \frac{a}{3} \end{cases}$$

$$\boxed{x = \frac{a}{3}}$$

564 $$\frac{1}{9x^2-6x+1}+\frac{16}{15x^2+25x-10}=\frac{1}{3x-1}$$

C.E.

$x \neq -2$

$x \neq \frac{1}{3}$

$(3x-1)^2$

$5(3x^2+5x-2)$

$5(3x^2+6x-x-2)$

$5[3x(x+2)-(x+2)]$

$5(x+2)(3x-1)$

$$\frac{5x+10+48x-16}{\cancel{5(x+2)(3x-1)^2}}=\frac{15x^2+25x-10}{\cancel{5(x+2)(3x-1)^2}}$$

$$-15x^2+28x+4=0$$

$$15x^2-28x-4=0 \qquad \frac{\Delta}{4}=196+60=256$$

$$x=\frac{14\pm16}{15}= \begin{cases} -\frac{2}{15} \\ \frac{30}{15}=2 \end{cases}$$

$$\boxed{x=2 \lor x=-\frac{2}{15}}$$

dopo controllo CE