2/2/2022

198 $\begin{cases} x^4 + y^4 = 20 \\ x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$

$$x^4+y^4 = \underbrace{x^4+y^4+2x^2y^2} - 2x^2y^2 =$$

$$= (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2 =$$

$$= (x^2+y^2-\sqrt{2}xy)(x^2+y^2+\sqrt{2}xy)$$

$$\begin{cases} (x^2+y^2-\sqrt{2}xy)(x^2+y^2+\sqrt{2}xy) = 20 \\ x^2+y^2=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (6-\sqrt{2}xy)(6+\sqrt{2}xy) = 20 \\ x^2+y^2=6 \end{cases} \quad \begin{cases} 36 - 2x^2y^2 = 20 \\ x^2+y^2=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x^2y^2 = -16 \\ x^2+y^2=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2y^2 = 8 \\ x^2+y^2=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2(6-x^2) = 8 \\ y^2 = 6-x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^2 - x^4 - 8 = 0 \\ y^2 = 6-x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} (x^2-2)(x^2-4) = 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 2 \\ // \end{cases} \vee \begin{cases} x^2 = 4 \\ // \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y^2 = 4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y^2 = 4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y^2 = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y^2=4 \end{cases} \vee \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y^2=4 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-2 \\ y^2=2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=2 \\ y^2=2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-2 \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x=-2 \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x=2 \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x=2 \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$$

$(-\sqrt{2},-2)$ $(-\sqrt{2},-2)$ $(\sqrt{2},2)$ $(-\sqrt{2},2)$ $(-2,-\sqrt{2})$ $(-2,\sqrt{2})$ $(2,-\sqrt{2})$ $(2,\sqrt{2})$

197 $\begin{cases} x^3+y^3=7 \\ xy=-2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^3-\dfrac{8}{x^3}=7 \\ y=-\dfrac{2}{x} \end{cases}$$

$$\frac{x^6-8}{\cancel{x^3}}=\frac{7x^3}{\cancel{x^3}} \qquad x^6-7x^3-8=0$$

$$(x^3-8)(x^3+1)=0$$

$$\begin{cases} x^3-8=0 \\ xy=-2 \end{cases} \vee \begin{cases} x^3+1=0 \\ xy=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3=8 \\ y=-\dfrac{2}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} x^3=-1 \\ y=-\dfrac{2}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\boxed{(2,-1) \qquad (-1,2)}$$

290 Dividendo tra loro due numeri interi si ottiene come quoziente 3 e come resto 1. Trova i due numeri sapendo che il loro prodotto è uguale a 30. [10, 3]

$x, y \in \mathbb{Z}$

X = DIVIDENDO

y = DIVISORE

QUOZIENTE = 3

RESTO = 1

$$\begin{cases} 3y + 1 = x \\ xy = 30 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3y + 1 = \dfrac{30}{y} \\ x = \dfrac{30}{y} \end{cases} \qquad y \neq 0$$

$$3y^2 + y = 30$$

$$3y^2 + y - 30 = 0 \qquad \Delta = 1 + 360 = 361 = 19^2$$

$$y = \frac{-1 \pm 19}{6} = \begin{cases} -\dfrac{20}{6} = -\dfrac{10}{3} \text{ N.A. perché } y \in \mathbb{Z} \\ \dfrac{18}{6} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{30}{y} = \dfrac{30}{3} = 10 \\ y = 3 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{cases} x = 10 \\ y = 3 \end{cases}}$$

DISEQUAZIONI

PRIMA COSA DA RIGUARDARE: Se cambi i segni a entrambi i membri di una disequazione, devo invertire il verso della disuguaglianza

REGOLA D'ORO!

$2 < 3 \iff -2 > -3$ $\qquad$ $-3x < 5 \iff x > -\frac{5}{3}$

$-x > 7 \iff x < -7$ $\qquad$ $-2x \geq -8 \iff x \leq \frac{8}{2} = 4$

$\Downarrow$

$x \leq 4$

....

$4x < -9 \iff x < -\frac{9}{4}$ OCCHIO A NON CONFONDERSI!

pg. 362

9 $\dfrac{x-3}{2} - \dfrac{1-x}{3} < x+2$

$$\frac{3(x-3)-2(1-x)}{\cancel{6}} < \frac{6(x+2)}{\cancel{6}}$$

$$3x-9-2+2x < 6x+12$$

$$3x+2x-6x < 12+9+2$$

$$-x < 23$$

$$\boxed{x > -23}$$

rappresenta l'INSIEME SOLUZIONE della disequazione

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -23\}$

Preso un qualsiasi numero in S, se sostituito a x nel testo, dà una disuguaglianza VERA

ESEMPIO DI DISEQUAZIONE FRATTA

$$\frac{2x+1}{x-3} \geq 1$$

devo avere una frazione a sinistra e <u>SEMPRE</u> 0 a destra

$$\frac{2x+1}{x-3} - 1 \geq 0 \qquad \frac{2x+1-x+3}{x-3} \geq 0$$

$$\frac{x+4}{x-3} \geq 0$$

DOMANDA: per quali x la disuguaglianza è vera? (per quali x la frazione è POSITIVA?)

RISPOSTA: per tutti gli x tali per cui il denominatore e il numeratore sono entrambi positivi o entrambi negativi
(e poi $x = -4$)

Bisogna studiare il <u>SEGNO</u> del denominatore e del numeratore, per capire in quali x sono positivi o negativi (o nulli)

$$\frac{x+4}{x-3} \geq 0 \qquad \begin{array}{l} \boxed{N} \\ \boxed{D} \end{array}$$

N] $x+4 > 0 \quad x > -4$

D] $x-3 > 0 \quad x > 3$

$\frac{N}{D}$ $\frac{x+4}{x-3}$

		-4		3	
N	$-$	0	$+$		$+$
D	$-$		$-$	$\nexists$	$+$
N/D	$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$

$$\boxed{x \leq -4 \ \lor \ x > 3}$$

OSSERVAZIONE

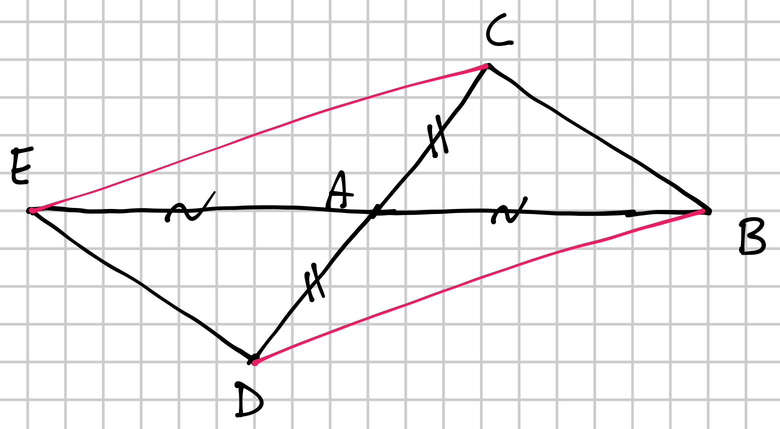
Dopo aver costruito lo schema sono in grado di risolvere anche

$$\frac{x+4}{x-3} > 0 \implies x < -4 \vee x > 3$$

$$\frac{x+4}{x-3} < 0 \implies -4 < x < 3$$

$$\frac{x+4}{x-3} \leq 0 \implies -4 \leq x < 3$$

38 Dato un triangolo *ABC*, prolunga il lato *AC*, dalla parte di *A*, di un segmento $AD \cong AC$ e il lato *AB*, dalla parte di *A*, di un segmento $AE \cong AB$. Dimostra che il quadrilatero *BCED* è un parallelogramma.



BCED è un parallelogramma perché le diagonali EB e DC si intersecano per costruzione nel loro punto medio