7/2/2020

20 $\dfrac{5x+10}{20-4x} < 0$ $\qquad [x < -2 \vee x > 5]$

$N > 0 \qquad 5x + 10 > 0 \qquad 5x > -10 \qquad x > -2$

$D > 0 \qquad 20 - 4x > 0 \qquad -4x > -20 \qquad x < 5$

$\downarrow$

$4x < 20$

		-2		5	
N	−	0	+		+
D	+		+	∄	−
	−	0	+	∄	−

$\boxed{x < -2 \quad \vee \quad x > 5}$

ESEMPIO

$$\frac{\overset{N_1}{(x-3)}\,\overset{N_2}{(x+1)}}{\underset{D_1}{x}\,\underset{D_2}{(x-2)}} \geq 0$$

$N_1 > 0 \qquad x - 3 > 0 \qquad x > 3$

$N_2 > 0 \qquad x + 1 > 0 \qquad x > -1$

$D_1 \qquad x > 0$

$D_2 \qquad x - 2 > 0 \qquad x > 2$

		-1		0		2		3	
N_1	−		−		−		−	0	+
N_2	−	0	+		+		+		+
D_1	−		−	∄	+		+		+
D_2	−		−		−	∄	+		+
	+	0	−	∄	+	∄	−	0	+

$\boxed{x \leq -1 \quad \vee \quad 0 < x < 2 \quad \vee \quad x \geq 3}$

DISEQUAZIONI DI 2° GRADO

$ax^2+bx+c > 0 \qquad ax^2+bx+c \geq 0$

$ax^2+bx+c < 0 \qquad ax^2+bx+c \leq 0$

$\Rightarrow ax^2+bx+c \gtrless 0$

1ª COSA DA FARE $\Rightarrow$ a deve essere > 0; se non lo è, cambio i segni e inverto la disuguaglianza

<u>ES.</u>

$-5x^2+3x-1>0 \Rightarrow 5x^2-3x+1<0$

$-\frac{3}{2}x^2+\frac{7}{5}x+\frac{14}{31} \leq 0 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2-\frac{7}{5}x-\frac{14}{31} \geq 0$

Ci sono 3 casi: $\Delta > 0$, $\Delta = 0$, $\Delta < 0$

2ª COSA DA FARE $\Rightarrow$ controllare il Δ

1) $\Delta > 0$: il polinomio ammette 2 radici reali distinte x_1, x_2

$(x_1 < x_2)$

$$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

se ho $a\underbrace{(x-x_1)}_{N_1}\underbrace{(x-x_2)}_{N_2} > 0 \iff \underbrace{(x-x_1)}_{N_1}\underbrace{(x-x_2)}_{N_2} > 0$

$a>0$ quindi non influisce nel segno del polinomio

$N_1 > 0 \qquad x-x_1>0 \qquad x>x_1$

$N_2 > 0 \qquad x-x_2>0 \qquad x>x_2$

		x_1		x_2	
N_1	$-$	0	$+$		$+$
N_2	$-$		$-$	0	$+$
	$+$	0	$-$	0	$+$

$\boxed{x < x_1 \quad \vee \quad x > x_2}$

Se fosse $ax^2+bx+c<0$ $\Downarrow$

$\boxed{x_1 < x < x_2}$

In pratica: $\Delta > 0$ e $a > 0$ (x_1 e x_2 radici con $x_1 < x_2$)

$ax^2 + bx + c > 0$ $\quad x < x_1 \lor x > x_2$ (INTERVALLI ESTERNI ALLE RADICI)

$ax^2 + bx + c < 0$ $\quad x_1 < x < x_2$ (INTERVALLO INTERNO O COMPRESO TRA LE RADICI)

$ax^2 + bx + c \geq 0$ $\quad x \leq x_1 \lor x \geq x_2$

$ax^2 + bx + c \leq 0$ $\quad x_1 \leq x \leq x_2$

ESEMPI

1) $3x^2 + 5x - 1 \geq 0$

$$\Delta = 25 + 12 = 37$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{-5-\sqrt{37}}{6} \\ x_2 = \dfrac{-5+\sqrt{37}}{6} \end{cases}$$

$$\boxed{x \leq \frac{-5-\sqrt{37}}{6} \quad \lor \quad x \geq \frac{-5+\sqrt{37}}{6}}$$

2) $-2x^2 + 3x + 1 > 0 \underset{\text{CAMBIO SEGNI}}{\Longrightarrow} 2x^2 - 3x - 1 < 0$

$$\Delta = 9 + 8 = 17 \qquad x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} = \begin{cases} \dfrac{3-\sqrt{17}}{4} \\ \dfrac{3+\sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

$$\frac{3-\sqrt{17}}{4} < x < \frac{3+\sqrt{17}}{4}$$

122 $x^2 - 3 \geq 0$ $[x \leq -\sqrt{3} \vee x \geq \sqrt{3}]$

$a > 0 \qquad \Delta = +12 > 0$

Per trovare le radici del polinomio $x^2 - 3$ devo risolvere $x^2 - 3 = 0$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

$$\Downarrow$$

$$x_1 = -\sqrt{3}$$

$$x_2 = \sqrt{3}$$

$$\boxed{x \leq -\sqrt{3} \quad \vee \quad x \geq \sqrt{3}}$$

127 $-x^2 + x + 20 > 0$ $[-4 < x < 5]$

$$x^2 - x - 20 < 0$$

$$\Delta = 1 + 80 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{cases} -4 \\ 5 \end{cases}$$

$$\boxed{-4 < x < 5}$$

Questo si poteva anche risolvere col metodo "vecchio" della scomposizione:

$$x^2 - x - 20 < 0$$

$$(x-5)(x+4) < 0$$

$x - 5 > 0 \qquad x > 5$

$x + 4 > 0 \qquad x > -4$

		-4		5	
$x-5$	$-$		$-$	0	$+$
$x+4$	$-$	0	$+$		$+$
	$+$	0	$-$	0	$+$

$$-4 < x < 5$$