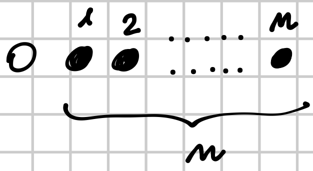
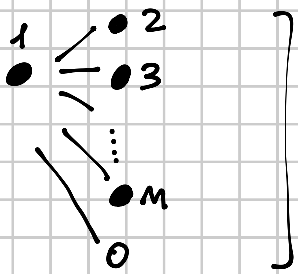
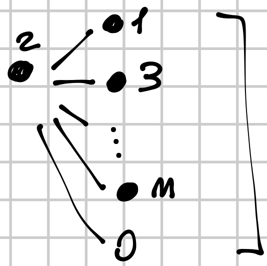
17/3/2022

58 Un'urna contiene 1 pallina bianca e n palline nere. Viene estratta una pallina dall'urna; poi, senza rimettere la pallina estratta nell'urna, ne viene estratta una seconda. Quante palline nere devono essere contenute nell'urna per fare sì che la probabilità che le due palline estratte siano entrambe nere sia il 90% della probabilità che la prima pallina estratta sia nera? [10]

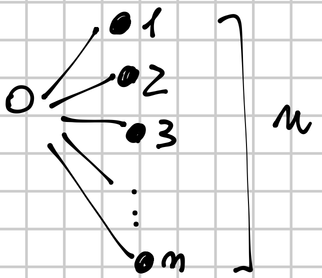




n estrazioni con la 1° pallina 1



n estrazioni con la 1° pallina 2

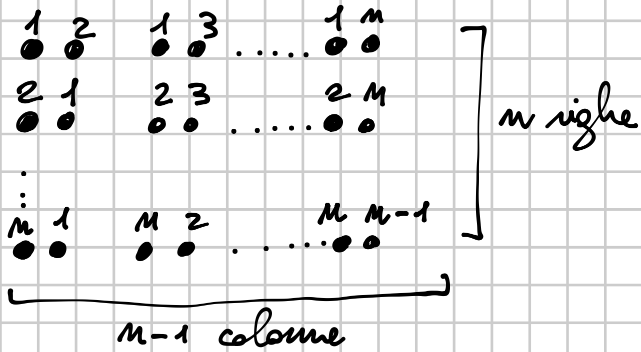


$|\Omega| = (n+1)\cdot n$

In totale ho $(n+1)\cdot n$ possibili estrazioni

$E_1 =$ "estraggo 2 palline nere"

$|E_1| = n\cdot(n-1)$ numero di tutte le possibili estrazioni di 2 palline nere



$$p(E_1) = \frac{|E_1|}{|\Omega|} = \frac{\cancel{n}(n-1)}{(n+1)\cancel{n}} = \frac{n-1}{n+1}$$

$E_2 =$ "estraggo una nera alla 1° estrazione"

$$p(E_2) = \frac{n}{n+1}$$

$$p(E_1) = 0{,}90 \cdot p(E_2)$$

$$\frac{n-1}{\cancel{n+1}} = 0{,}90 \cdot \frac{n}{\cancel{n+1}}$$

$$n - 1 = 0{,}9n \Rightarrow 0{,}1n = 1 \Rightarrow \boxed{n = 10}$$

ESEMPIO = probabilità dell'unione di 2 eventi

ESPERIMENTO = lancio di un dado $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

E_1 = "esce un numero pari" E_2 = "esce un numero primo"

$E_1 = \{2, 4, 6\}$ $E_2 = \{2, 3, 5\}$

$E_1 \cup E_2$ = "esce un numero pari o primo"

$E_1 \cap E_2$ = "esce un numero pari e primo" $= \{2\}$

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2) =$$

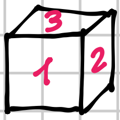
$$= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

infatti, calcolando direttamente, dato che $E_1 \cup E_2 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, si ha $p(E_1 \cup E_2) = \frac{5}{6}$

101 Ciascuna delle sei facce di un cubo viene colorata a caso in bianco o in nero.

a. In quanti modi diversi può essere colorato il cubo?

b. Qual è la probabilità che almeno due facce del cubo siano colorate con colori differenti? $\left[\text{a. } 64; \text{ b. } \frac{31}{32}\right]$



FACCIA 1 → B/N

FACCIA 2 → B/N

⋮

FACCIA 6 → B/N

FACCIA: 1	2	3	4	5	6
B	B	B	N	B	N
N	B	N	N	N	B
B	N	N	B	N	N
⋮					

totale $2^6 = 64$ modi di colorare le facce

E = "almeno 2 facce di colori differenti"

$\bar{E}$ = "tutte le facce dello stesso colore" = {NNNNNN, BBBBBB}

$p(\bar{E}) = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$ $\qquad p(E) = 1 - p(\bar{E}) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$