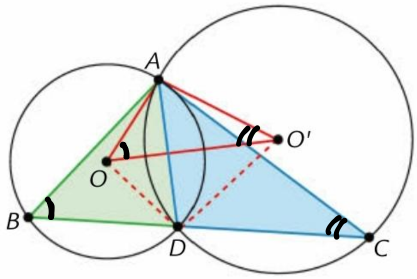
22/3/2022

20 Considera la seguente figura, in cui O e O' sono i centri delle circonferenze circoscritte ai triangoli ABD e ADC. Dimostra, nell'ordine, che:

a. $A\widehat{B}D \cong A\widehat{O}O'$
b. $A\widehat{C}D \cong A\widehat{O'}O$
c. $B\widehat{A}C \cong O\widehat{A}O'$



a) $A\hat{O}D$ è angolo al centro corrispondente di $A\hat{B}D$

$A\hat{B}D = \alpha \Rightarrow A\hat{O}D = 2\alpha$

I triangoli AOO' e $OO'D$ sono congruenti per il 3° criterio: $AO \cong OD$, $AO' \cong O'D$, OO' in comune. Allora $A\hat{O}O' \cong O'\hat{O}D \Rightarrow A\hat{O}O' = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$
Dunque $A\hat{B}D \cong A\hat{O}O'$.

b) per un ragionamento simile al precedente

c) $A\hat{B}C = \alpha = A\hat{O}O'$ $\quad A\hat{C}B = \beta = A\hat{O}'O$

$B\hat{A}C = 180° - (\alpha + \beta)$ $\quad O\hat{A}O' = 180° - (\alpha + \beta)$

$\Rightarrow B\hat{A}C \cong O\hat{A}O'$ CVD

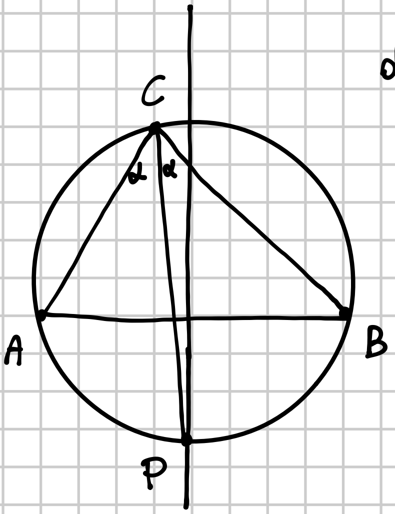
19 **a.** Disegna un triangolo.

b. Costruisci la circonferenza circoscritta al triangolo.

c. Traccia l'asse di AB e indica con P il punto in cui incontra l'arco $\overline{AB}$.

d. Dimostra che P appartiene alla bisettrice di $A\widehat{C}B$.

e. Puoi dedurre che, in ogni triangolo, l'asse di un lato incontra la bisettrice dell'angolo opposto a quel lato in un punto che appartiene alla circonferenza circoscritta al triangolo?



d) L'asse di AB, dimezzando AB, dimezza anche l'arco $\widehat{AB}$. Dunque $A\hat{C}P \cong P\hat{C}B$ perché insistono su archi congruenti

$\Rightarrow$ CP è bisettrice di $A\hat{C}B$

e) Sì, poiché la dimostrazione precedente vale per qualsiasi triangolo ABC (il triangolo iniziale è generico)

TEOREMA 5 | Condizione necessaria per l'inscrivibilità di un quadrilatero

Se un **quadrilatero** è **inscrivibile** in una circonferenza, allora i suoi angoli **opposti** sono **supplementari**.

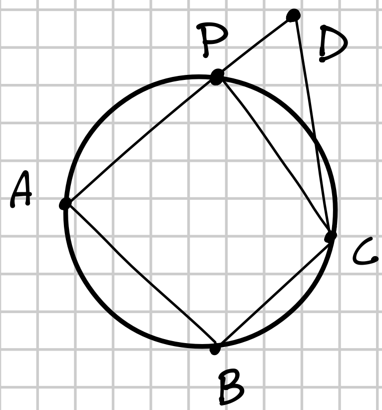
DIMOSTRAZIONE: libro pag. 638

TEOREMA 6 | Condizione sufficiente per l'inscrivibilità di un quadrilatero

Se un quadrilatero ha **due angoli opposti supplementari**, allora il quadrilatero è **inscrivibile** in una circonferenza.

DIMOSTRAZIONE

Sia ABCD un quadrilatero con gli angoli opposti supplementari.
Suppongo PER ASSURDO che ABCD non sia inscrivibile in una circonferenza.



Traccio la circonferenza per A, B, C (che esiste!).
Il punto D non appartiene a tale circonferenza

- suppongo che D sia fuori dal cerchio; trovo P e lo congiungo con C; l'angolo $A\hat{P}C > P\hat{D}C$ per il teorema dell'angolo esterno; allora $A\hat{P}C + A\hat{B}C > A\hat{D}C + A\hat{B}C = 180°$ ASSURDO poiché in contraddizione col TEOREMA 5 (ABCP è inscritto e dunque dovrebbe avere gli angoli opposti supplementari)
- Se D fosse interno al cerchio si ragiona in modo simile prolungando AD

QED