23/3/2022

**TEOREMA 7 | Condizione necessaria per la circoscrivibilità di un quadrilatero**

Se un **quadrilatero** è **circoscrivibile** a una circonferenza, allora la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due.

DIMOSTRAZIONE : LIBRO pag. 639

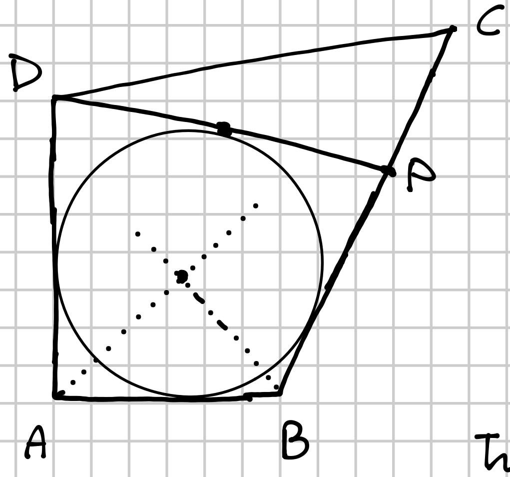
**TEOREMA 8 | Condizione sufficiente per la circoscrivibilità di un quadrilatero**

Se in un **quadrilatero** la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due, allora il quadrilatero è **circoscrivibile** a una circonferenza.

DIMOSTRAZIONE

Sia ABCD un quadrilatero tale che $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

PER ASSURDO suppongo che non esista la circonferenza inscritta in tale quadrilatero




Traccio la circonferenza tangente ai lati AB, BC, AD (esiste sempre, basta considerare le bisettrici degli angoli $\hat{A}$ e $\hat{B}$)

Traccio da D la tangente alla circonf. che incontra il lato BC nel punto P

Considero il quadrilatero ABPD. Per il TEOREMA 7

$$\overline{AB}+\overline{DP}=\overline{AD}+\overline{BP}$$

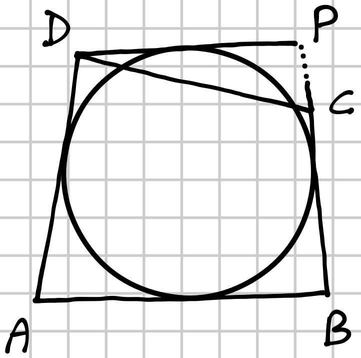
Per ipotesi $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{r} -\overline{AB}-\overline{DP}=-\overline{AD}-\overline{BP} \\ \overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC} \\ \hline \overline{CD}-\overline{DP}=\underbrace{\overline{BC}-\overline{BP}}_{\overline{PC}} \end{array}$$

$\overline{CD}=\overline{DP}+\overline{PC}$ ASSURDO

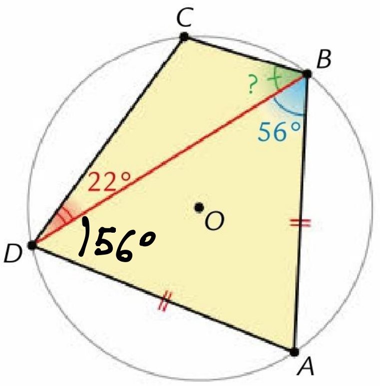
poiché in un triangolo ogni lato è <u>minore</u> della somma degli altri due QED

In realtà andrebbe trattato anche il caso




ma il ragionamento è analogo a quello di prima

**32** **Videolezione** Determina l'ampiezza dell'angolo $C\widehat{B}D$ in figura.

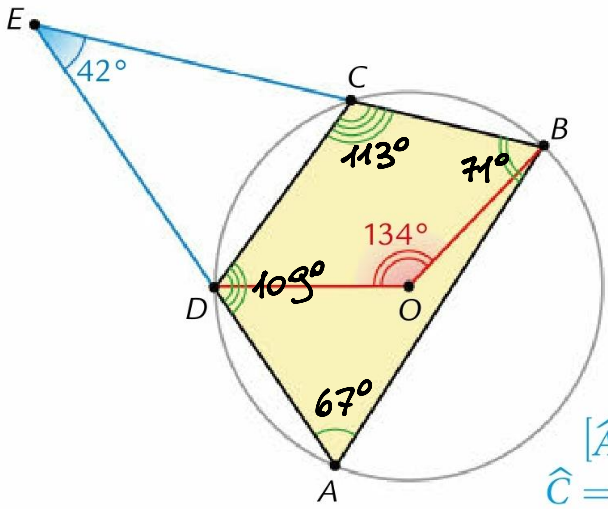



[46°]

$$C\widehat{B}D = 180° - 2 \cdot 56° - 22° =$$

$$= 46°$$

**33** **Videolezione** Determina le ampiezze degli angoli $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$ del quadrilatero $ABCD$ in figura.




$\left[\widehat{A} = 67°, \widehat{B} = 71°, \widehat{C} = 113°, \widehat{D} = 109°\right]$

$$\widehat{A} = \frac{134°}{2} = 67°$$

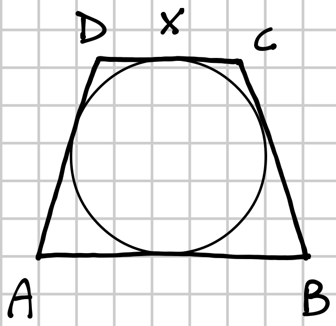
$$\widehat{C} = 180° - 67° = 113°$$

$$\widehat{B} = 180° - 42° - 67° = 71°$$

$$\widehat{D} = 180° - 71° = 109°$$

**35** Un trapezio isoscele *ABCD*, di base maggiore *AB* e base minore *CD*, è circoscritto a una circonferenza. Sapendo che $\overline{AB} = 4\overline{CD}$ e che il perimetro del trapezio è 40 cm, determina le lunghezze dei lati del trapezio.

[$AB = 16$ cm, $CD = 4$ cm, $BC = AD = 10$ cm]




$\overline{AB} = 4\overline{CD}$ $\quad 2p = 40$ cm

$\overline{AB} + \overline{CD} = \underbrace{\overline{AD} + \overline{CB}}_{2\overline{AD} \text{ perché isoscele}}$ perché circoscritto

$\overline{CD} = x \qquad \overline{AB} = 4x \qquad \overline{AD} = \dfrac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} = \dfrac{4x + x}{2} = \dfrac{5x}{2}$

$2p = 40$

$x + 4x + \cancel{2} \cdot \dfrac{5x}{\cancel{2}} = 40 \qquad 10x = 40 \qquad x = 4$

$\overline{CD} = 4 \qquad \overline{AB} = 16 \qquad \overline{AD} = \overline{BC} = \dfrac{5 \cdot 4}{2} = 10$