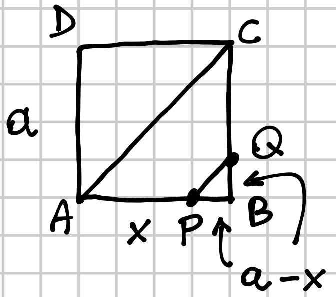
78 Sia $ABCD$ un quadrato il cui lato misura a e P un punto sul lato AB. La retta passante per P e parallela alla diagonale AC incontra il lato BC in Q. Determina la misura di AP in modo che l'area del pentagono $APQCD$ sia il triplo dell'area del triangolo PQB. $\left[\overline{AP} = \frac{a}{2}(2-\sqrt{2})\right]$



$a > 0$ $\qquad \overline{AP} = x$ $\qquad 0 < x < a$

$$\boxed{\mathcal{A}_{APQCD} = 3\mathcal{A}_{PQB}}$$

$$\mathcal{A}_{APQCD} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{PBQ} = a^2 - \frac{1}{2}(a-x)^2 \qquad \mathcal{A}_{PQB} = \frac{1}{2}(a-x)^2$$

$$a^2 - \frac{1}{2}(a-x)^2 = \frac{3}{2}(a-x)^2$$

$$a^2 - 2(a-x)^2 = 0$$

$$a^2 - 2(a^2 + x^2 - 2ax) = 0$$

$$a^2 - 2a^2 - 2x^2 + 4ax = 0$$

$$-2x^2 + 4ax - a^2 = 0$$

$$2x^2 - 4ax + a^2 = 0 \qquad \frac{\Delta}{4} = (-2a)^2 - 2a^2 = 2a^2$$

$\beta = -2a$

$$x = \frac{2a \pm \sqrt{2a^2}}{2} = \frac{2a \pm a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{2}(2 \pm \sqrt{2})$$

$=$ $\frac{a}{2}(2-\sqrt{2}) < a$ quindi OK (perché $\frac{2-\sqrt{2}}{2} < 1$)

$\frac{a}{2}(2+\sqrt{2}) > a$ perché $\frac{2+\sqrt{2}}{2} > 1$ NON ACC.

OSSERVAZIONE IMPORTANTISSIMA

$$\sqrt{2a^2} = |a|\sqrt{2}$$

ESEMPIO: $\sqrt{2\cdot(-3)^2} = |-3|\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

Allo stesso modo $\sqrt{x^2} = |x|$

vale per le radici di indice pari: $\sqrt[4]{x^4} = |x|$