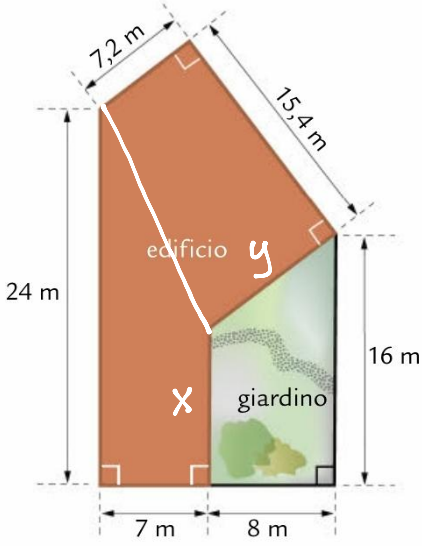
84 **Realtà e modelli** La superficie dell'edificio di cui è rappresentata la pianta in figura ha area che risulta 147,44 m^2 in più dell'area del giardino e 43,44 m^2 in più del doppio dell'area del giardino. Determina il perimetro dell'edificio. [73,6 m]



$$\begin{cases} A_{EDIF.} = 147,44 + A_{GIARD.} \\ A_{EDIF.} = 43,44 + 2A_{GIARD.} \end{cases}$$

$$147,44 + A_G = 43,44 + 2A_G$$

$$A_G = 147,44 - 43,44 = 104$$

$$\begin{cases} A_{EDIF.} = 251,44 \\ A_{GIARD.} = 104 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\cancel{2}_1}(16+x)\cdot \cancel{8}^{4} = 1\cancel{04}^{26} \\ \frac{1}{2}(24+x)\cdot 7 + \frac{1}{\cancel{2}}(7,2+y)\cdot \cancel{15,4}^{7,7} = 251,44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ 119 + 55,44 + 7,7y = 251,44 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 \\ 7,7y = 77 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 \\ y = \frac{77}{7,7} = 10 \end{cases}$$

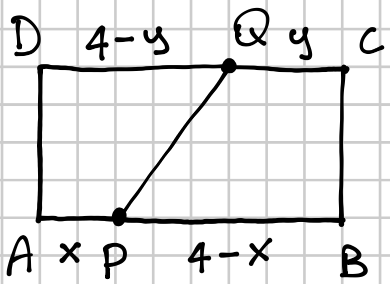
$$2p = 7 + 24 + 7,2 + 15,4 + 10 + 10 = 73,6 \Rightarrow \boxed{73,6\ m}$$

85 È dato un rettangolo $ABCD$, in cui $AB = 4$ cm e $BC = 2$ cm. Determina due punti P e Q, appartenenti rispettivamente ad AB e CD, che soddisfino entrambe le seguenti condizioni:

a. $3\overline{PB} + \overline{DQ} = 2\overline{QC}$;

b. l'area del trapezio $PBCQ$ sia il doppio dell'area del trapezio $APQD$.

$\left[AP = 2 \text{ cm}, QC = \frac{10}{3} \text{ cm}\right]$



$\overline{AB} = 4 \qquad \overline{BC} = 2$

$\overline{AP} = x \qquad \overline{QC} = y$

$0 < x < 4 \qquad 0 < y < 4$

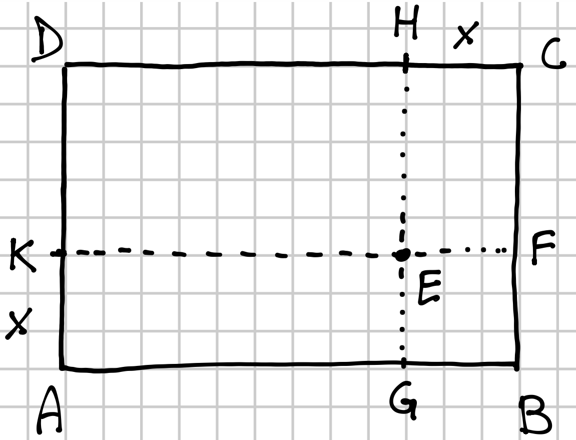
$$\begin{cases} 3(4-x) + 4 - y = 2y \\ \underbrace{\frac{1}{\cancel{2}}(4-x+y)\cdot\cancel{2}}_{A_{PBCQ}} = \cancel{2}\cdot\underbrace{\frac{1}{\cancel{2}}(x+4-y)\cdot 2}_{A_{APQD}} \end{cases} \qquad \begin{cases} 12 - 3x + 4 - y - 2y = 0 \\ 4 - x + y = 2x + 8 - 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = -4 \end{cases}$$

$$6x \quad // \quad = 12$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ 6 + 3y = 16 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2 \\ 3y = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2 & \overline{AP} \\ y = \frac{10}{3} & \overline{QC} \end{cases}$$

110 Un rettangolo *ABCD* ha il lato *AB* lungo 12 cm e il lato *BC* lungo 8 cm. Diminuendo di uno stesso segmento tutti i lati del rettangolo, si ottiene un rettangolo la cui area è $\frac{1}{3}$ dell'area del rettangolo *ABCD*. Qual è la lunghezza di questo segmento? [4 cm]



$\overline{AB} = 12$

$\overline{BC} = 8$

$\overline{HC} = \overline{AK} = x$

$$\underbrace{(12-x)(8-x)}_{\mathcal{A}_{KEHD}} = \frac{1}{3}\cdot \underbrace{12\cdot 8}_{\mathcal{A}_{ABCD}} \qquad 0 < x < 8$$

$$96 - 12x - 8x + x^2 = 32$$

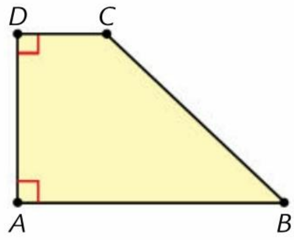
$$x^2 - 20x + 64 = 0 \qquad \frac{\Delta}{4} = 100 - 64 = 36$$

$$x = 10 \pm 6 = \begin{cases} 16 & \text{N.A.} \\ 4 \end{cases}$$

$$\boxed{x = 4}$$

108 Determina in ciascuna figura il valore dell'elemento mancante.

a)

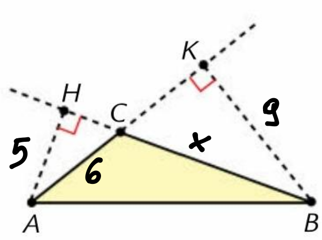


Area $(ABCD) = 60\ \text{cm}^2$

$AB = 12$ cm $\quad CD = 4$ cm

$AD = ?$

b)

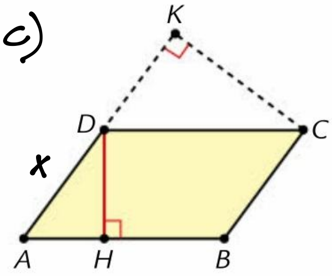


$AH = 5$ cm $\quad BK = 9$ cm

$AC = 6$ cm

$CB = ?$

c)



$AB = 15$ cm $\quad DH = 8$ cm

$CK = 12$ cm

Perimetro $(ABCD) = ?$

$$\mathcal{A} = \frac{(\overline{AB}+\overline{CD})\cdot\overline{AD}}{2}$$

$$\overline{AD} = \frac{2\mathcal{A}}{\overline{AB}+\overline{CD}} = \frac{\cancel{2}^{1}\cdot\cancel{60}^{15}}{\cancel{16}_{\cancel{4}\,2}} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{1}{2}\overline{CB}\cdot\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC}\cdot\overline{BK} = \mathcal{A}_{ABC}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}}x\cdot 5 = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot 6\cdot 9$$

$$x = \frac{54}{5}$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \overline{AB}\cdot\overline{DH} = 15\cdot 8 = 120$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \overline{AD}\cdot\overline{CK} = 12x$$

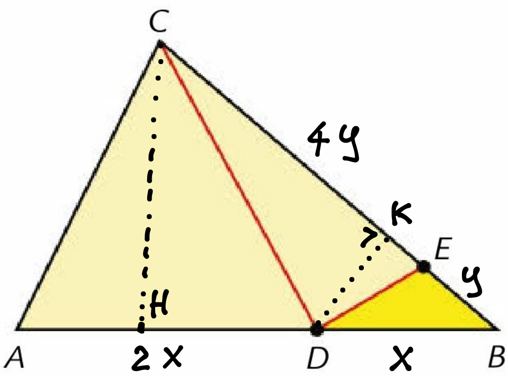
$$12x = 120$$

$$\Downarrow$$

$$x = 10$$

$$2p = (10+15)\cdot 2 = 50$$

118 Nel triangolo ABC nella figura, $\overline{AD} = 2\overline{DB}$ e $\overline{CE} = 4\overline{EB}$. Trova l'area di DEB, sapendo che l'area di ABC è $120\ \text{cm}^2$. [$8\ \text{cm}^2$]



$$\mathcal{A}_{DBC} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{ACD}$$

$$\mathcal{A}_{DBC} = \frac{1}{3}120 = 40$$

$$\mathcal{A}_{ADC} = 80$$

Considero il triangolo DBC, diviso nei due triangoli DKC e DBK. Essi hanno la stessa altezza DK e basi una il quadruplo dell'altra:

$$\mathcal{A}_{DBE} = \frac{1}{4}\mathcal{A}_{DEC} \Rightarrow \mathcal{A}_{DBE} = \frac{1}{5}\mathcal{A}_{DBC} = \frac{1}{5}40 = 8$$