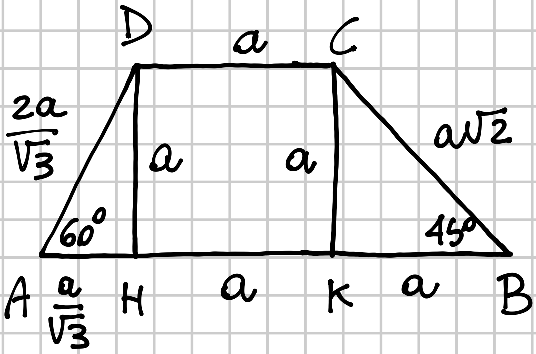
3/5/2022

49 In un trapezio $ABCD$, gli angoli adiacenti alla base maggiore AB sono di 60° e 45°. Sapendo che sia la base minore sia l'altezza misurano a, determina il perimetro e l'area del trapezio.

$$\left[\text{Perimetro} = 3a + a\sqrt{2} + a\sqrt{3};\ \text{Area} = \frac{(9+\sqrt{3})a^2}{6}\right]$$



$$\overline{DH} = \overline{AD} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{DH} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$\overline{AB} = 2a + \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$2p = 2a + \frac{a}{\sqrt{3}} + a\sqrt{2} + a + \frac{2a}{\sqrt{3}} = 3a + \frac{3a}{\sqrt{3}} + a\sqrt{2} =$$

$$= \boxed{3a + a\sqrt{2} + a\sqrt{3}}$$

$$\frac{3a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\,a$$

IN GENERALE

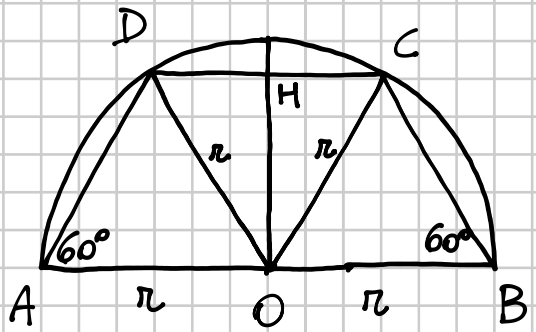
$$\mathcal{A} = \frac{\Big(\overbrace{2a + \frac{a}{\sqrt{3}}}^{\text{BASE MAGGIORE}} + \overbrace{a}^{\text{BASE MINORE}}\Big) \cdot \overbrace{a}^{\text{ALTEZZA}}}{2} =$$

$$= \frac{2a^2 + a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + a^2}{2} =$$

$$= \frac{3a^2 + a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{2} = \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)a^2$$

$$= \boxed{\frac{9+\sqrt{3}}{6}\,a^2}$$

51 Un trapezio *ABCD* è inscritto in una semicirconferenza di diametro *AB* e raggio di misura *r*. Gli angoli adiacenti alla base maggiore *AB* hanno ampiezza uguale a 60°. Determina il perimetro e l'area del trapezio. (*Suggerimento:* dimostra preliminarmente che *AOD* e *BOC* sono triangoli equilateri) $\left[5r; \frac{3\sqrt{3}}{4}r^2\right]$



$\overline{CO} = \overline{OD} = r$ perché raggi

$O\hat{C}B \cong O\hat{B}C$ perché angoli alla base di un triangolo isoscele, quindi $\hat{C} = \hat{B} = 60°$ e anche $C\hat{O}B = 60°$

Stesso ragionamento per AOD

Segue facilmente che DOC è pure un triangolo equilatero.

$\overline{DC} = r$ $\qquad 2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = 2r + r + r + r = \boxed{5r}$

$\overline{OH} = r\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \mathcal{A} = \frac{1}{2}(2r + r) \cdot r\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3r}{2} \cdot \frac{r\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{3\sqrt{3}}{4}r^2}$