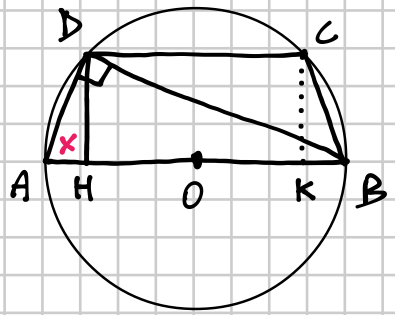
17/5/2022

160 Un trapezio isoscele $ABCD$ è inscritto in una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ e la misura della sua altezza è la metà del raggio. Determina l'area del trapezio. $\left[\frac{(2+\sqrt{3})}{4} r^2\right]$



$\overline{DH} = \frac{r}{2}$

$A\hat{D}B = 90°$

da trovare

$\overline{DC} = \overline{AB} - 2\underbrace{\overline{AH}}_{\text{da trovare}}$

$\overline{AH} = x \qquad \overline{HB} = 2r - x$

$0 < x < r$

$\overline{AH} : \overline{DH} = \overline{DH} : \overline{HB}$

$\overline{DH}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{HB}$

$\left(\frac{r}{2}\right)^2 = x(2r - x)$

$\frac{r^2}{4} = 2rx - x^2$

$x^2 - 2rx + \frac{r^2}{4} = 0$

$\frac{\Delta}{4} = r^2 - \frac{r^2}{4} = \frac{3}{4}r^2$

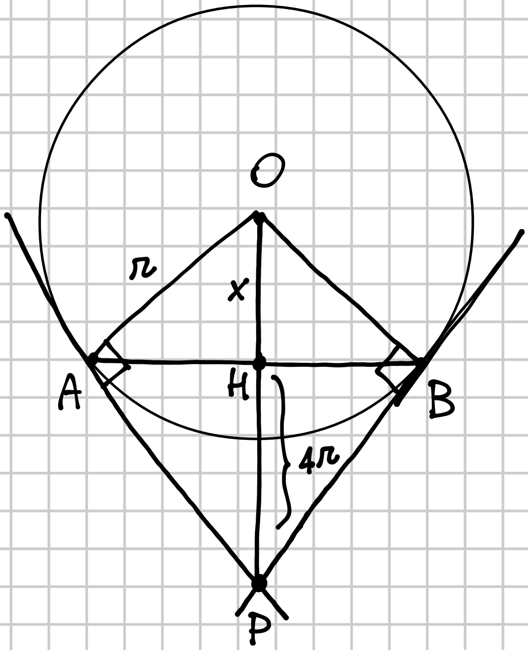
$x = r \pm \sqrt{\frac{3}{4}r^2} = r \pm \frac{r}{2}\sqrt{3} =$

$= \left(1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right) r =$ $\frac{2-\sqrt{3}}{2}r < r$ OK ; $\frac{2+\sqrt{3}}{2}r > r$ NON ACC.

$\overline{DC} = \overline{AB} - 2\overline{AH} = 2r - \cancel{2}\,\frac{2-\sqrt{3}}{\cancel{2}}r = \cancel{2r} - \cancel{2r} + \sqrt{3}r = \sqrt{3}r$

$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(2r + \sqrt{3}r)\cdot \frac{r}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}r^2$

162 In una circonferenza di raggio r, è data una corda AB tale che, condotte le tangenti alla circonferenza nei due punti A e B, e indicato con P il punto d'incontro di tali tangenti, la distanza di P da AB è $4r$. Qual è la distanza della corda dal centro della circonferenza? $[(\sqrt{5}-2)r]$



$\overline{PH} = 4r \qquad \overline{OH} = ?$

$\overline{OA} = r$

Applico il 1° TH. DI EUCLIDE al triangolo APO:

$\overline{OP} : \overline{AO} = \overline{AO} : \overline{OH}$

$(4r + x) : r = r : x$

$0 < x < r$

$(4r + x) \cdot x = r^2$

$4rx + x^2 = r^2$

$x^2 + 4rx - r^2 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = (2r)^2 + r^2 = 5r^2$

$x = -2r \pm \sqrt{5}r =$

$= \begin{cases} (-2-\sqrt{5})r < 0 \quad \text{N.ACC.} \\ (\sqrt{5}-2)r < r \quad \text{OK} \end{cases}$

$\boxed{\overline{OH} = (\sqrt{5}-2)r}$