TEOREMA DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

se in un sistema isolato compiono lavoro solo le forze conservative, l'energia meccanica totale E_{tot} del sistema, somma dell'energia cinetica K e dell'energia potenziale U, si conserva.

$$E_{tot} = K + U = \text{costante}$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

energia cinetica finale (J)

energia potenziale finale (J)

energia cinetica iniziale (J)

energia potenziale iniziale (J)

DIMOSTRAZIONE

Consideriamo un corpo soggetto solo a forze conservative che compiono lavoro, di massa m (eventuali forze non conservative supponiamo compiano lavoro nullo). Allora

$$W_{TOT.} = -\Delta U = U_{IN.} - U_{FIN.}$$

VALE SOLO SE LAVORANO FORZE CONSERVATIVE

U = somma delle en. potenziali associate alle forze conservative

d'altra parte

$$W_{TOT.} = \Delta K = K_{FIN.} - K_{IN.}$$

(TH. DELL'EN. CINETICA)

VALE SEMPRE

$$\Rightarrow \quad U_{IN.} - U_{FIN.} = K_{FIN.} - K_{IN.}$$

$$U_{IN.} + K_{IN.} = U_{FIN.} + K_{FIN.}$$

Un sistema è <u>ISOLATO</u> se non è soggetto a forze esterne o, se queste forze esterne ci sono, non compiono lavoro.

85 ◆◆◆ Una mela di 320 g cade da un ramo alto 6,7 m. Trascura l'attrito con l'aria.

▶ Calcola l'energia cinetica della mela quando tocca il suolo. [21 J]

$$U_{IN} + \underbrace{K_{IN}}_{0} = \underbrace{U_{FIN}}_{0} + K_{FIN}$$

$$\Downarrow$$

$$K_{FIN} = U_{IN} = mgh =$$

$$= (0{,}320\ \text{kg})\left(9{,}8\ \frac{m}{s^2}\right)(6{,}7\ m) =$$

$$= 21{,}0112\ J \simeq \boxed{21\ J}$$

VELOCITÀ DI IMPATTO $\quad K_{FIN} = \frac{1}{2} m v_{FIN}^2$

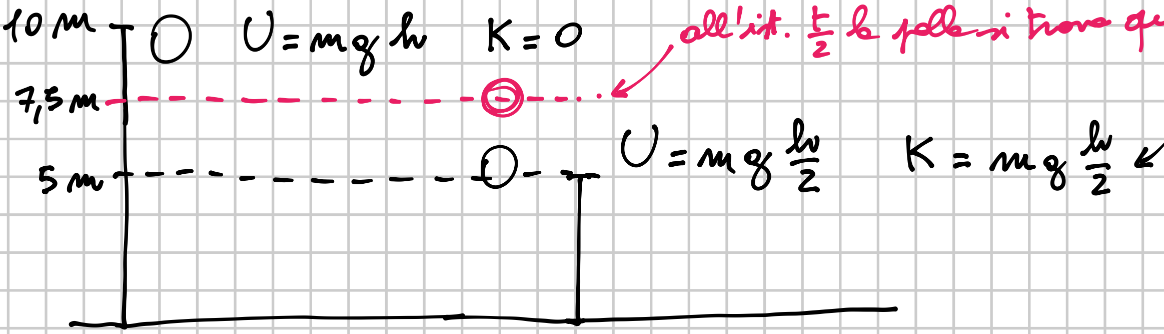
$$v_{FIN} = \sqrt{\frac{2K_{FIN}}{m}} = \sqrt{\frac{2(21{,}0112\ J)}{0{,}320\ \text{kg}}} = 11{,}459\ldots\ \frac{m}{s}$$

$$\simeq \boxed{11\ \frac{m}{s}}$$

81 ◆◆◆ **CHE COSA SUCCEDE SE** Immagina una palla che cade da un'altezza di 10 m in assenza di attriti. Quando si trova a metà strada, cioè dopo aver percorso 5 m, la sua energia meccanica sarà per metà potenziale gravitazionale e per metà cinetica.

▸ Quando la palla è scesa per metà del tempo totale, la palla avrà un'energia potenziale della forza-peso minore, maggiore o uguale alla sua energia cinetica?

all'ist. $\frac{t}{2}$ la palla si trova qui



perchè la somma $U+K$ deve essere quella iniziale

$$\Delta s = \frac{1}{2} g t^2$$
$$\Downarrow$$
$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

all'istante $\frac{t}{2}$ quanto spazio ha percorso?

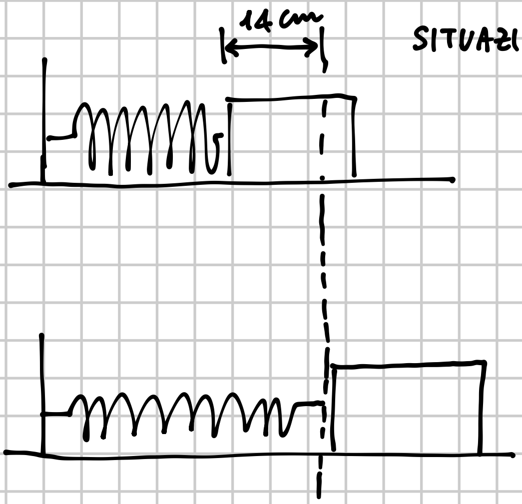
$$\Delta s = \frac{1}{2} g \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} g \frac{t^2}{4} = \frac{h}{4}$$

all'istante $\frac{t}{2}$ non ha percorso la metà dell'altezza h, bensì $\frac{1}{4}h$

In tale posizione l'en. potenziale U è maggiore dell'en. cinetica K

83 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Una molla orizzontale, di costante elastica 90 N/m e vincolata a un estremo, è mantenuta compressa di 14 cm sulla superficie di un tavolo non liscio. L'estremo libero della molla è a contatto con un blocco di massa 100 g. Dopo che la molla è stata rilasciata, il blocco raggiunge una velocità di 3,5 m/s nell'istante in cui la molla recupera la lunghezza a riposo.

▶ Calcola la variazione di energia totale del sistema tra l'istante iniziale in cui il blocco è fermo e l'istante in cui ha raggiunto la velocità di 3,5 m/s. [−0,27 J]



SITUAZIONE INIZIALE

$$E_{tot._1} = U_{el} + \overbrace{K}^{0 \text{ perché blocco fermo}} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_{tot._2} = \overbrace{U_{el}}^{0 \text{ perché la molla è a riposo}} + K = \frac{1}{2} m v^2$$

Siccome lavora anche la forza di attrito (non conservativa) non posso applicare il teorema di conservazione dell'energia.
C'è una variazione dell'en. meccanica totale

$$\Delta E = E_{tot.2} - E_{tot.1} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} k x^2 =$$

$$= \frac{1}{2}(0{,}100\ \text{kg})\left(3{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(90\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)(0{,}14\ \text{m})^2 = -0{,}2695\ \text{J}$$

$$\simeq \boxed{-0{,}27\ \text{J}}$$