23/11/2021

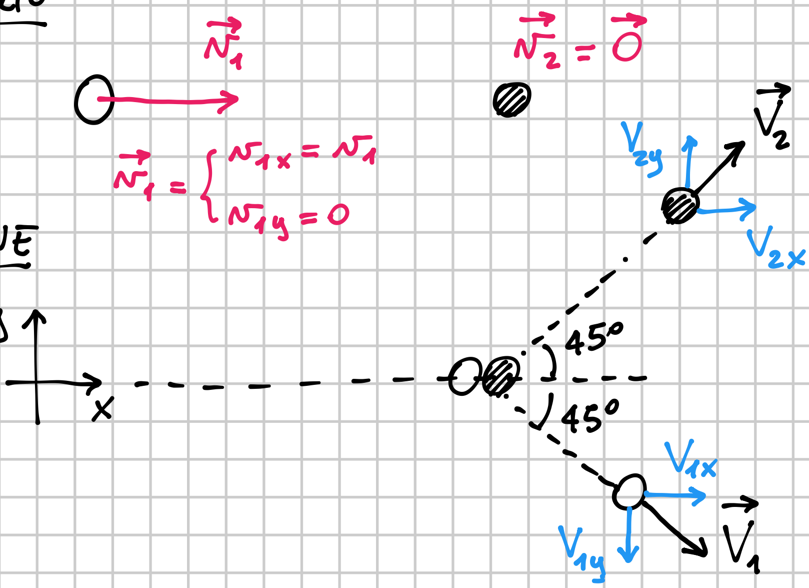
60 ◆◆◆ Una palla da biliardo urta elasticamente una seconda palla identica che è ferma. Dopo l'urto, le due palle si muovono in direzioni che formano angoli di 45° con la direzione di moto iniziale della prima palla e la velocità di una di esse è di 4,6 m/s.

- Calcola il valore della velocità dell'altra palla dopo l'urto.
- Calcola il valore della velocità iniziale della prima palla.

[4,6 m/s; 6,5 m/s]

INIZIO

FINE



$\vec{P}_{IN} = m\vec{v}_1$

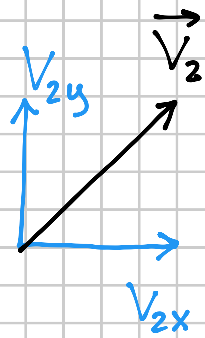
$\vec{P}_{FIN} = m\vec{V}_1 + m\vec{V}_2$

Conservazione della quantità di moto $\Rightarrow$ $\cancel{m}\vec{v}_1 = \cancel{m}\vec{V}_1 + \cancel{m}\vec{V}_2$

scomponiamo questa relazione lungo gli assi x e y

$$\begin{cases} v_{1x} = V_{1x} + V_{2x} \qquad (*) \\ \underbrace{v_{1y}}_{0} = V_{1y} + V_{2y} \Rightarrow V_{1y} = -V_{2y} \end{cases}$$

Dato che l'inclinazione è di 45°, si ha: $V_{2y} = V_{2x}$



vale lo stesso anche per l'altra palla, quindi

$V_{1x} = |V_{1y}| = V_{2y} = V_{2x}$, per cui $V_2 = V_1 = \boxed{4{,}6 \frac{m}{s}}$

$$v_1 = v_{1x} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{da } (*)}}{=} V_{1x} + V_{2x} \implies v_1 = 2V_{1x} \quad \text{perché } V_{1x} = V_{2x}$$

siccome $V_{1x} = V_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ si ha

$$v_1 = \cancel{2} \cdot V_1 \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} =$$

$$= \left(4{,}6\ \frac{m}{s}\right)\sqrt{2} =$$

$$= 6{,}505\ldots\ \frac{m}{s} \simeq \boxed{6{,}5\ \frac{m}{s}}$$

63 **PROBLEMA A PASSI**

Una palla di massa $m_1 = 24$ g, che viaggia alla velocità v_1, urta elasticamente una palla ferma di massa $m_2 = \frac{1}{2} m_1$. Dopo l'urto, la seconda palla va a colpire elasticamente una terza palla ferma, di massa m_3. Tutti gli urti avvengono lungo la stessa retta.

▶ Quale deve essere la massa m_3 affinché la sua velocità dopo l'urto sia uguale a v_1?

[20 g]

1. Esprimi la velocità della seconda palla subito dopo il primo urto in funzione di v_1.
2. Nel secondo urto, utilizza la velocità appena calcolata come velocità iniziale per la seconda palla ed esprimi la velocità della terza palla subito dopo l'urto in funzione di v_1 e di m_3.
3. Uguaglia la velocità appena calcolata a v_1 e ricava m_3.

1° URTO

CONS. Q.TA' DI MOTO

$$m_1 v_1 = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

$$\cancel{m_1} v_1 = \cancel{m_1} V_1 + \frac{\cancel{m_1}}{2} V_2$$

$$\begin{cases} v_1 = V_1 + \frac{V_2}{2} \\ \cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_1^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_1 V_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

CONS. EN. CINETICA

$$\begin{cases} v_1 = V_1 + \frac{V_2}{2} \\ v_1^2 = V_1^2 + \frac{V_2^2}{2} \end{cases}$$

$\vdots$

Svolgendo i calcoli si arriva comunque a:

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \\ V_2 = \dfrac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \end{cases} \Rightarrow V_2 = \frac{2 \cancel{m_1} v_1}{\frac{3}{2} \cancel{m_1}} = \frac{4}{3} v_1$$

VEL. INIZIALE CON CUI LA 2° PALLA COLPISCE LA 3°

Applicando ancora la formula (con le sostituzioni $m_1 \to \frac{m_1}{2}$, $m_2 \to m_3$, $v_1 \to \frac{4}{3} v_1$, $v_2 \to 0$)

PONGO UGUALE A v_1

$$V_{FIN.\,3°} = \frac{m_1 \cdot \frac{4}{3} v_1}{\frac{m_1}{2} + m_3} = v_1$$

$$m_1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{m_1}{2} + m_3 \Rightarrow m_3 = m_1 \cdot \frac{4}{3} - \frac{m_1}{2} =$$

$$= 32\,g - 12\,g = \boxed{20\,g}$$