1/2/2022

57 Un satellite artificiale su un'orbita circolare si trova a un'altezza h = 600 km dalla superficie della Terra, il cui raggio misura $R_T = 6{,}37 \times 10^3$ km e la cui massa vale $M = 5{,}97\times10^{24}$ kg. Calcola:

- la velocità v con la quale il satellite ruota intorno alla Terra;
- la velocità angolare ω del satellite nel suo moto intorno alla Terra;
- il periodo di rivoluzione T.

(a cura di INAF)

[$7{,}56\times10^3$ m/s; $1{,}08\times10^{-3}$ rad/s; $5{,}82\times10^3$ s]

$$\cancel{m}\frac{v^{\cancel{2}}}{\cancel{r}} = G\frac{\cancel{m}M_T}{r^{\cancel{2}}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left(6{,}67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}\right)\left(5{,}97\times10^{24}\ kg\right)}{6{,}37\times10^6\ m + 0{,}600\times10^6\ m}} =$$

$$= 7{,}5584\ldots\times10^3\ \frac{m}{s} \simeq \boxed{7{,}56\times10^3\ \frac{m}{s}}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{7{,}5584\ldots\times10^3\ m/s}{6{,}37\times10^6\ m + 0{,}600\times10^6\ m} = 1{,}084\ldots\times10^{-3}\ \frac{rad}{s}$$

$$\simeq 1{,}08\times10^{-3}\ \frac{rad}{s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad \omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} =$$

$$= \frac{2\pi\ rad}{1{,}084\ldots\times10^{-3}\ rad/s}$$

$$= 5{,}79405\ldots\times10^3\ s \simeq \boxed{5{,}79\times10^3\ s}$$

58 ◆◆◆ **OLIMPIADI DELL'ASTRONOMIA** I satelliti geostazionari sono così chiamati perché rimangono sempre sulla verticale dello stesso punto della superficie terrestre.

▶ Determina a quale altezza si trovano rispetto alla superficie del nostro pianeta.

Hai a disposizione i seguenti dati:

1. periodo di rivoluzione della Luna, $T_L = 2{,}36 \times 10^6$ s;
2. distanza media Terra-Luna, $R_L = 3{,}84 \times 10^5$ km;
3. periodo di rotazione terrestre, $T_T = 23{,}9$ ore;
4. raggio terrestre, $R_T = 6{,}37 \times 10^3$ km.

(Gara Interregionale 2009, categoria Junior)

[$3{,}58 \times 10^4$ km]

LUNA SATELLITE

$$\frac{T_L^2}{R_L^3} = \frac{T_T^2}{(R_T + h)^3}$$

periodo di rivolus. del satellite

3° LEGGE DI KEPLERO

(CON LA TERRA AL POSTO DEL SOLE)

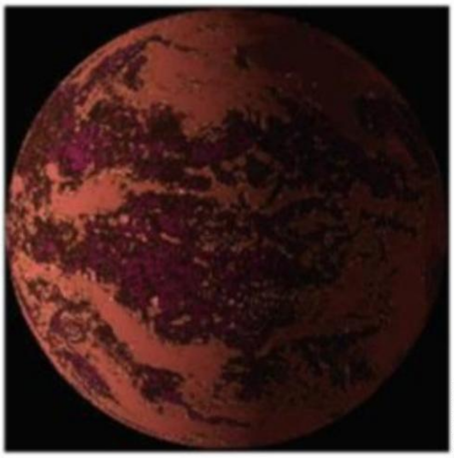
$$(R_T + h)^3 = \frac{T_T^2}{T_L^2} R_L^3$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T_T^2}{T_L^2}}\, R_L$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T_T^2}{T_L^2}}\, R_L - R_T = \left[\sqrt[3]{\frac{(23{,}9 \times 3600)^2}{(2{,}36 \times 10^6)^2}}\,(3{,}84 \times 10^8) - 6{,}37 \times 10^6\right] m$$

$$= 3{,}5850\ldots \times 10^7 \, m \simeq \boxed{3{,}59 \times 10^4 \text{ km}}$$

59 ◆◆◆ Nel 2017 è stato scoperto l'esopianeta Gliese 273 c (cioè un pianeta posto al di fuori del Sistema Solare) che orbita attorno alla stella di Lyuten, nella costellazione del Cane Minore. Il suo «anno» dura 4,72 giorni e il semiasse maggiore della sua orbita vale 5,45 milioni di kilometri.



NASA/ESA

▶ Considera circolare l'orbita di Gliese 273 c e stima la massa della stella di Lyuten.

[$5{,}76 \times 10^{29}$ kg]

$T = 4{,}72 \times 24 \times 3600 \text{ s}$

$r = 5{,}45 \times 10^{9} \text{ m}$

MASSA STELLA

$$\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} = G\frac{\cancel{m}M}{r^{\cancel{2}}} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

3° LEGGE KEPLERO

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r} \qquad \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = GM \Rightarrow \boxed{\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi}}$$

$$\Downarrow$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} =$$

$$= \frac{4\pi^2 (5{,}45 \times 10^9 \text{ m})^3}{\left(6{,}67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}\right)(4{,}72 \times 24 \times 3600)^2} = 5{,}76118\ldots \times 10^{29} \text{ kg}$$

$$\simeq \boxed{5{,}76 \times 10^{29} \text{ kg}}$$