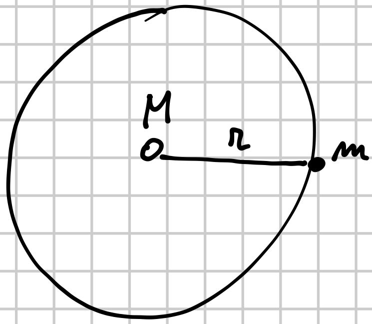
14/2/2022

115 **ARGOMENTA** Considera un satellite di massa m che descrive un'orbita circolare a distanza R dal centro di un pianeta di massa M, che consideriamo fermo.

- Dimostra che l'energia potenziale U del sistema pianeta-satellite è uguale al doppio dell'energia cinetica K del pianeta, cambiata di segno: $U = -2K$.
- Di conseguenza, mostra che l'energia meccanica totale $E_{tot} = K + U$ del sistema è uguale all'opposto dell'energia cinetica del pianeta: $E_{tot} = -K$.



$$U = -G\frac{mM}{r}$$

$$\overbrace{m\frac{v^2}{r}}^{\text{FORZA CENTRIPETA}} = \overbrace{G\frac{mM}{r^2}}^{\text{FORZA GRAVITAZIONALE}}$$

$$\Downarrow$$

$$v^2 = G\frac{M}{r}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K = \frac{1}{2}mG\frac{M}{r}$$

dunque $U = -G\frac{mM}{r} = -2\cdot\frac{1}{2}\frac{GmM}{r} = -2K$

$$E_{tot.} = K + U = K - 2K = -K$$

119 **ORA PROVA TU** Europa, uno dei satelliti di Giove ($M = 1{,}90 \times 10^{27}$ kg), quando si trova nel perigiovio ha una distanza dal suo pianeta di $66{,}5 \times 10^{7}$ m e un'energia cinetica di $4{,}57 \times 10^{30}$ J.

- ▶ Calcola l'energia totale e potenziale del sistema Europa-Giove al perigiovio;
- ▶ Determina la massa di Europa.

[$-4{,}57 \times 10^{30}$ J; $-9{,}14 \times 10^{30}$ J; $4{,}80 \times 10^{22}$ kg]

$$E_{TOT.} = U + K = -G\frac{m_E M_G}{r} + \frac{1}{2} m_E v^2$$

$$\Downarrow$$

$$E_{TOT.} = -K \quad \text{dall'es. precedente}$$

$$= \boxed{-4{,}57 \times 10^{30}\ \text{J}}$$

$$U = -2K = -2\left(4{,}57 \times 10^{30}\ \text{J}\right) = \boxed{-9{,}14 \times 10^{30}\ \text{J}}$$

dall'es. precedente

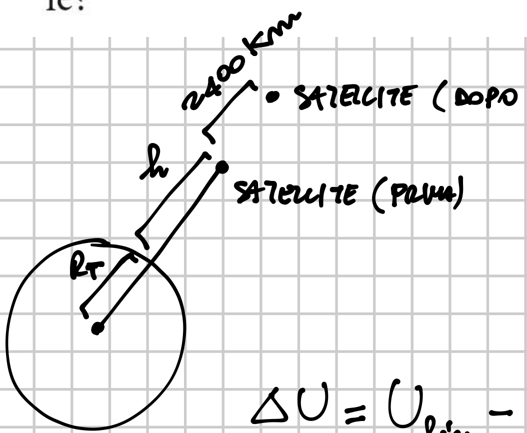
$$U = -G\frac{m_E M_G}{r} \Rightarrow m_E = -\frac{U r}{G M_G} =$$

$$= -\frac{\left(-9{,}14 \times 10^{30}\ \text{J}\right)\left(66{,}5 \times 10^{7}\ \text{m}\right)}{\left(6{,}67 \times 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\right)\left(1{,}90 \times 10^{27}\ \text{kg}\right)} =$$

$$= 47{,}961\ldots \times 10^{21}\ \text{kg} \simeq \boxed{4{,}80 \times 10^{22}\ \text{kg}}$$

101 ◆◆◆ Un grosso meteorite attrae un satellite di massa 210 kg in orbita circolare attorno alla Terra e lo allontana di 2400 km rispetto alla sua orbita. L'altezza iniziale del satellite era di 13 200 km.

▶ Qual è la variazione di energia potenziale gravitazionale? [$4{,}67 \times 10^8$ J]



$$\Delta U = U_{fin.} - U_{in.} = -G\frac{m_S M_T}{R_T + 15800\text{ km}} - \left(-G\frac{m_S M_T}{R_T + 13200\text{ km}}\right)$$

$$= G m_S M_T\left(-\frac{1}{R_T + 15800\text{ km}} + \frac{1}{R_T + 13200\text{ km}}\right) =$$

$$= (6{,}67\times10^{-11})(210)(5{,}97\times10^{24})\left(-\frac{1}{6371+15800} + \frac{1}{6371+13200}\right)\times10^{-3}\text{ J}$$

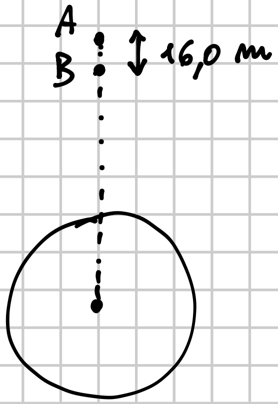
trasformo in METRI!

$$= 0{,}05010..\times10^{10}\text{ J} \simeq \boxed{5{,}01\times10^{8}\text{ J}}$$

123 ◆◆◆ Un punto materiale inizialmente fermo (rispetto alla superficie terrestre) inizia a cadere partendo da un'altezza di $1{,}27 \times 10^7$ m rispetto al centro della Terra.

- Quanto tempo impiega a percorrere una distanza di 16,0 m verso il basso?
- Qual è il valore della sua velocità finale verso il basso?

[3,60 s; 8,89 m/s]



$$U_A = -G\frac{M_T m}{r} \qquad F = G\frac{M_T m}{r^2}$$

La forza gravitazionale non è costante, ma, dato che 16,0 m è una distanza piccola rispetto a r, posso considerarla costante

$$\cancel{m} a = G\frac{M_T \cancel{m}}{r^2} \Rightarrow a = G\frac{M_T}{r^2}$$ che considero costante nel tragitto di 16,0 m

$$\Delta r = \frac{1}{2} a t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2\Delta r}{a}} = \sqrt{\frac{2\Delta r\, r^2}{G M_T}} = \sqrt{\frac{2\Delta r}{G M_T}}\, r =$$

$$= \sqrt{\frac{2(16{,}0\,m)}{\left(6{,}67\times10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}\right)(5{,}97\times10^{24}\,kg)}}\,(1{,}27\times10^7\,m) =$$

$$= 0{,}360021\ldots\times10^1\,s \simeq \boxed{3{,}60\,s}$$

$$v_{finale} = at = \frac{G M_T}{r^2}\cdot t = \frac{(6{,}67\times10^{-11})(5{,}97\times10^{24})}{(1{,}27\times10^7)^2}(3{,}60021\ldots)\,\frac{m}{s}$$

$$= 88{,}88\ldots\times10^{-1}\,m/s \simeq \boxed{8{,}89\,m/s}$$

132 ◆◆◆ Un proiettile viene sparato nello spazio con velocità pari alla velocità di fuga della Terra. Dopo un certo tempo si trova a 12 500 km dal centro della Terra.

▶ Quale sarebbe in quel punto la velocità del proiettile se trascuriamo gli attriti nel passaggio attraverso l'atmosfera?

[$7{,}98 \times 10^3$ m/s]

In ogni punto della traiettoria l'energia totale è nulla

$$E_{TOT.} = K + U = \frac{1}{2} m v^2 - G\frac{m M_T}{r} = 0$$

CONDIZIONE $v = v_{fuga}$

$$\Downarrow$$

vale in OGNI punto della traiettoria

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v^2 = G\frac{\cancel{m} M_T}{r}$$

Se $r = R_T$, allora $v = v_{fuga}$

Nel nostro caso $r = 12\,500$ Km

$$v = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{2(6{,}67\times10^{-11})(5{,}97\times10^{24})}{1{,}25\times10^{7}}}\ \frac{m}{s} =$$

IN METRI

$$= 7{,}981\ldots \times 10^3\ \frac{m}{s} \simeq \boxed{7{,}98\times10^3\ \frac{m}{s}}$$