116 **DIMOSTRA** Un pianeta di massa m esegue un'orbita ellittica con semiasse maggiore a attorno a una stella di massa M, nel sistema di riferimento in cui essa è ferma. Si dimostra che in questo caso l'energia meccanica totale del sistema stella-pianeta è $E_{tot} = K + U = -G\frac{mM}{2a}$.

- Dimostra che questo risultato è coerente con quello trovato nella domanda precedente.

formula trovata in es. 115

Se l'orbita è circolare $a = b = r$, per cui $K = G\frac{mM}{2r}$

$E_{TOT.} = -K \Rightarrow U = -2K$

121 **PROBLEMA A PASSI**

Un satellite di massa $9{,}8 \times 10^3$ kg percorre un'orbita circolare a un'altezza di 480 km rispetto alla superficie terrestre, ma lo si deve portare su un'altra orbita circolare, alla quota di 910 km rispetto al suolo.

- Calcola quanta energia serve per portare a termine questa operazione. Considera costante la massa del satellite.

[$1{,}7 \times 10^{10}$ J]

1. Calcola l'energia potenziale iniziale e finale del satellite.
2. Calcola l'energia cinetica iniziale e finale del satellite, utilizzando la relazione ottenuta nel problema 116.
3. Utilizza il teorema dell'energia cinetica per calcolare il lavoro fatto sul satellite.

$$U_1 = -G\frac{mM_T}{r_1}$$

$$U_2 = -G\frac{mM_T}{r_2}$$

$$K_1 = -\frac{U_1}{2} = \frac{GmM_T}{2r_1}$$

$$K_2 = -\frac{U_2}{2} = \frac{GmM_T}{2r_2}$$

$$W = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{GmM_T}{2r_2} - \frac{GmM_T}{2r_1} = \frac{GmM_T}{2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) =$$

TEOREMA DELL'EN. CINETICA

$r_2 = R_T + h_2$ $\quad r_1 = R_T + h_1$

LAVORO DELLA FORZA GRAVITAZIONALE (RESISTENTE)

$$= \frac{(6{,}67\times10^{-11})(9{,}8\times10^{3})(5{,}97\times10^{24})}{2}\left[\frac{1}{6371+910} - \frac{1}{6371+480}\right]\times10^{-3}\,\text{J} =$$

$$= -0{,}001681\ldots\times10^{13}\,\text{J} \simeq \boxed{-1{,}7\times10^{10}\,\text{J}} \Rightarrow E = 1{,}7\times10^{10}\,\text{J}$$

126 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Attorno a una stella di massa $M = 8{,}72 \times 10^{29}$ kg un pianeta di massa $m = 2{,}86 \times 10^{22}$ kg descrive un'orbita ellittica con semi asse maggiore di $3{,}50 \times 10^{8}$ km.

▶ Calcola la distanza del pianeta dalla sua stella quando il modulo della sua velocità è pari a $v = 6{,}40 \times 10^{4}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

[$2{,}73 \times 10^{10}$ m]

$$E_{TOT.} = -G\frac{mM}{2a}$$

VEDI ES. 116

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$ EN. CINETICA DEL PIANETA

$$U = -G\frac{mM}{r}$$ EN. POTENZIALE

$$K + U = E_{TOT.}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - G\frac{\cancel{m}M}{r} = -G\frac{\cancel{m}M}{2a}$$

$$+G\frac{M}{r} = +\frac{1}{2}v^2 + G\frac{M}{2a} \qquad \frac{1}{r} = \frac{v^2}{2GM} + \frac{1}{2a}$$

$$r = \frac{1}{\frac{v^2}{2GM} + \frac{1}{2a}} = \frac{1}{\frac{(6{,}40 \times 10^4)^2}{2(6{,}67 \times 10^{-11})(8{,}72 \times 10^{29})} + \frac{1}{2(3{,}50 \times 10^{11})}}\ m =$$

$$= 2{,}7292\ldots \times 10^{10}\ m \simeq \boxed{2{,}73 \times 10^{10}\ m}$$