4/10/2021

61 È assegnata la funzione $f(x)$: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ così definita:

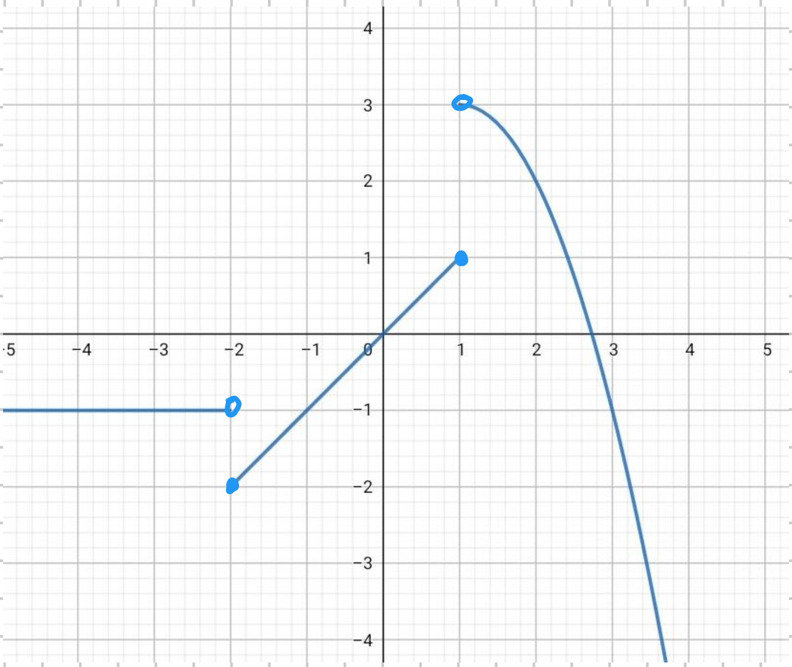
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < -2 \\ x & \text{se } -2 \leq x \leq 1. \\ -x^2 + 2x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

a. Calcola le immagini di $-3, -2, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2$.

b. Trova i valori di x per cui $f(x) = -1$ e quelli per cui $f(x) = 2$.

$\left[\text{a)} -1, -2, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2; \text{ b)} \; x < -2 \vee x = -1 \vee x = 3 \vee x = 2\right]$



a)

$f(-3) = -1$ $\qquad f(0) = 0$

$f(-2) = -2$ $\qquad f(1) = 1$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ $\qquad f(2) = 2$

$f(2) = -2^2 + 2 \cdot 2 + 2 =$

$= 2$

b) $f(x) = -1$ Dal grafico si vede che

$x < -2 \vee x = -1 \vee x = 3$

algebricamente:

$$\begin{cases} x < -2 \\ -1 = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ x = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x > 1 \\ -x^2 + 2x + 2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \qquad \Downarrow \qquad \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

$(x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = 3$

$\Downarrow$

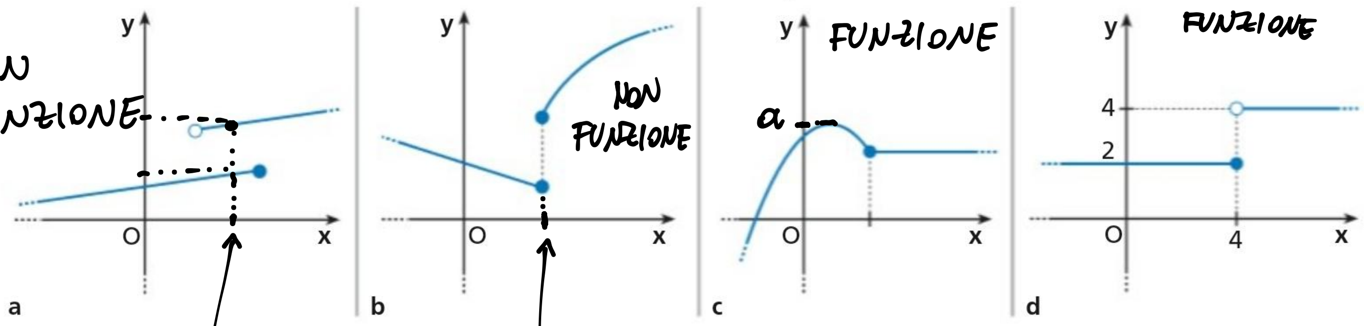
$$x < -2 \quad \vee \quad x = -1 \quad \vee \quad \begin{cases} x > 1 \\ x = -1 \vee x = 3 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$x = 3$

$$\boxed{x < -2 \quad \vee \quad x = -1 \quad \vee \quad x = 3}$$

 LEGGI IL GRAFICO Osserva i seguenti grafici e indica quali di essi rappresentano una funzione di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$. Nei casi in cui si ha una funzione, indica dominio e insieme immagine.



a) AD ALCUNI VALORI DEL DOMINIO CORRISPONDONO PIÙ VALORI DEL CODOMINIO

b) a questo elemento del dominio corrispondono 2 valori del codominio

c) DOMINIO $= \mathbb{R}$

INS. IMMAGINE $=$

$= (-\infty, a]$

d) DOMINIO $= \mathbb{R}$

INS. IMMAGINE $=$

$= \{2, 4\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2 \vee x = 4\}$

CALCOLO DEL DOMINIO NATURALE

a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}}$ $\quad D = ?$

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq -5 \\ x > 3 \end{cases}$$

$-5 \quad 3$

$x > 3$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\} = (3, +\infty)$$

b) $g(x) = \sqrt{\dfrac{x+5}{x-3}}$

$\dfrac{x+5}{x-3} \geq 0$ (N / D)

N] $x+5 > 0 \quad x > -5$

D] $x-3 > 0 \quad x > 3$

	-5		3	
$-$	0	$+$		$+$
$-$		$-$	$\nexists$	$+$
$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$

$x \leq -5 \vee x > 3$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -5 \vee x > 3\} =$$

$$= (-\infty, -5] \cup (3, +\infty)$$

Quindi $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}}$ e $\sqrt{\frac{x+5}{x-3}}$ non sono la stessa "funzione" perchè hanno domini naturali diversi

Calcolare il dominio naturale

141 $y = \frac{1}{x^2-5x+6} + \sqrt{x^2-9}$ $[x \leq -3 \vee x > 3]$

$$\begin{cases} x^2-5x+6 \neq 0 \\ x^2-9 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (x-3)(x-2) \neq 0 \\ x \leq -3 \ \vee \ x \geq 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \neq 3 \ \wedge \ x \neq 2 \\ x \leq -3 \ \vee \ x \geq 3 \end{cases}$$

$x \leq -3 \ \vee \ x > 3$

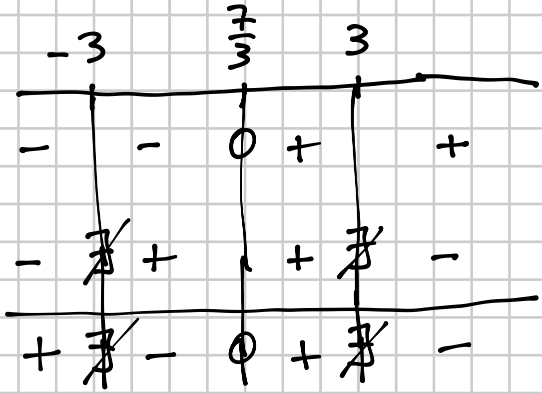
$D = (-\infty, -3] \cup (3, +\infty)$

124 $y = \sqrt{\frac{3x-7}{3-|x|}}$ $\left[x < -3 \vee \frac{7}{3} \leq x < 3\right]$

$$\frac{3x-7}{3-|x|} \geq 0$$

N] $3x-7>0$ $\quad x > \frac{7}{3}$

D] $3-|x|>0$ $\quad |x|<3$ $\quad -3<x<3$



$x<-3 \quad \vee \quad \frac{7}{3} \leq x < 3$

$D = (-\infty, -3) \cup \left[\frac{7}{3}, 3\right)$

ZERI E SEGNO DI UNA FUNZIONE

Consideriamo sempre le funzioni nel loro DOMINIO NATURALE D

$f : D \to \mathbb{R}$

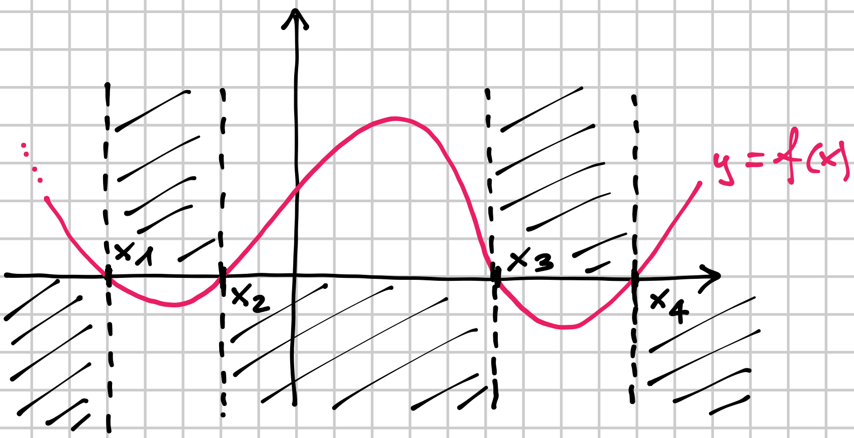


GRAFICO HA EQUAZIONE $y=f(x)$

x_1, x_2, x_3, x_4 sono punti del dominio D la cui immagine è 0

$f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)=f(x_4)=0$ $\quad$ x_1, x_2, x_3, x_4 si dicono ZERI di f

La funzione f è positiva in $(-\infty, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, +\infty)$

" " " è negativa in $(x_1, x_2) \cup (x_3, x_4)$

$f>0$ in $(-\infty, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, +\infty)$

$f<0$ in $(x_1, x_2) \cup (x_3, x_4)$

oppure

$f(x)>0 \quad \forall x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, +\infty)$

$f(x)<0 \quad \forall x \in (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4)$

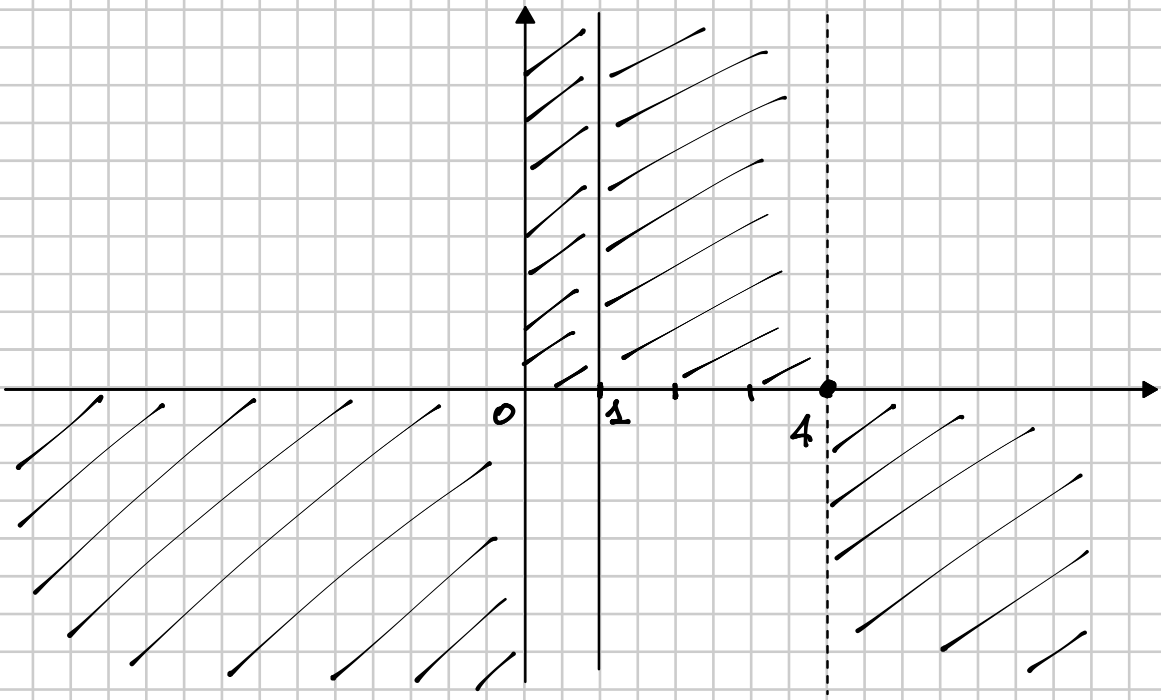
196 $y = \dfrac{x-4}{x(1-x)^2}$

STUDIO DI FUNZIONE

- DOMINIO
- ZERI (e anche intersezioni con asse y)
- SEGNO

1) DOMINIO

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} = (-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$$



2) ZERI $\quad y = \dfrac{x-4}{x(1-x)^2}$

$$y = 0 \qquad \frac{x-4}{x(1-x)^2} = 0 \implies x - 4 = 0 \qquad x = 4 \qquad A(4, 0)$$

Non ci sono intersezioni con l'asse y perché $x = 0$ non è nel dominio

3) SEGNO $\quad y > 0$

$$\frac{x-4}{x(1-x)^2} > 0 \qquad \begin{array}{ll} x - 4 > 0 & x > 4 \\ x > 0 & x > 0 \\ (1-x)^2 > 0 & x \neq 1 \end{array}$$

		0		1		4	
$x-4$	−		−		−	0	+
x	−	∄	+		+		+
$(1-x)^2$	+		+	∄	+		+
y	+	∄	−	∄	−	0	+