14/10/2021

OSSERVAZIONE: FUNZIONI COSTANTI

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = c$ $\quad$ (dove c è un numero reale fissato)

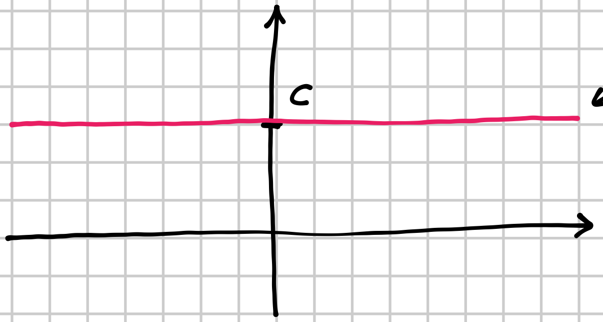


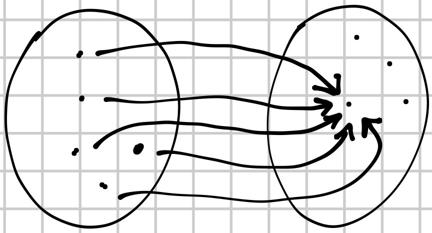
GRAFICO: retta $y = c$

$f(0) = c \quad f(1) = c \quad f(2) = c$

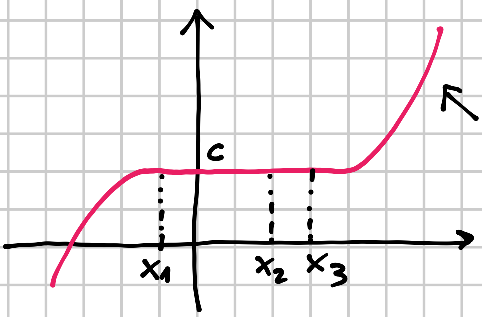
$f(-7) = c \quad f(1000) = c \; .....$

Insieme immagine $\operatorname{im}(f) = \{c\}$

Questa funzione <u>NON</u> è iniettiva



Se il grafico ha un "pezzo" costante:



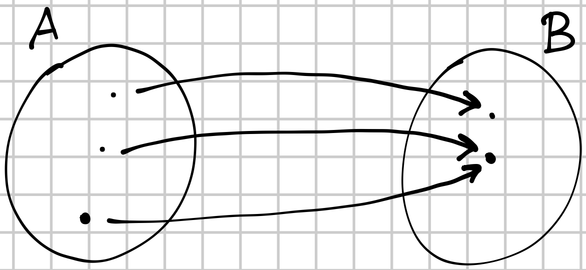
NON è iniettiva

$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = c$

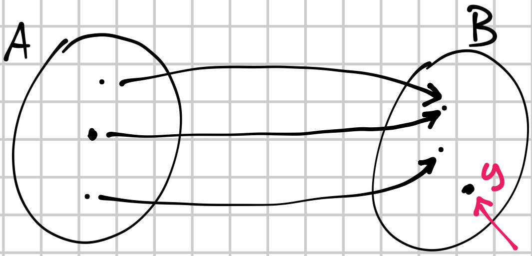
FUNZIONI SURIETTIVE

Sia $f: A \to B$. f è SURIETTIVA se

$$\forall y \in B \quad \exists x \in A \; : \; f(x) = y$$



SURIETTIVA



NON SURIETTIVA

a questo elemento non arriva nessuna freccia: NON esiste alcun elemento di A che ha questo per immagine

$$\nexists x \in A \; : \; f(x) = y$$

y non ha controimmagini

Una funzione è suriettiva se il codominio coincide con l'insieme immagine

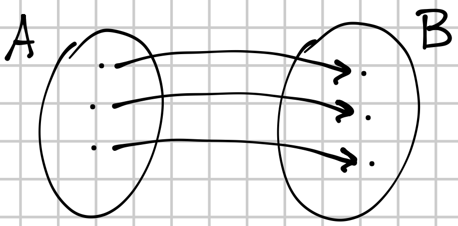
ESEMPI

1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad f(x) = x^2$ NON è suriettiva: ad es. -1 non ha controimmagini

2) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_0^+ \quad g(x) = x^2$ è suriettiva (i numeri negativi non ci sono nel codominio)

FUNZIONI BIETTIVE (CORRISPONDENZE BIUNIVOCHE)

Una funzione $f: A \to B$ è BIETTIVA se è iniettiva e suriettiva



ESEMPI

1) $f: \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \\ (-1) \cdot \frac{n+1}{2} & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

$f(0) = 0 \quad f(1) = -1 \quad f(2) = 1 \quad f(3) = -2 \quad f(4) = 2 \quad \dots$

2) C'è una corrispondenza biunivoca fra $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Q}$? SÌ

$\mathbb{Q} = \{x \mid x = \frac{p}{q}, \ p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$

$$\begin{array}{cccccccc}
1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \dots \\
2 & \frac{2}{2} & \frac{2}{3} & \frac{2}{4} & \frac{2}{5} & \frac{2}{6} & \dots \\
3 & \frac{3}{2} & \frac{3}{3} & \frac{3}{4} & \frac{3}{5} & \frac{3}{6} & \dots \\
4 & \frac{4}{2} & \frac{4}{3} & \frac{4}{4} & \frac{4}{5} & \frac{4}{6} & \dots \\
\vdots & \vdots & & & & &
\end{array}$$

$1, 2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}, 4, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \dots$

$\uparrow$

STO METTENDO IN FILA

$$\begin{array}{cccccccccc}
0, & 1, & -1, & 2, & -2, & \frac{1}{2}, & -\frac{1}{2}, & 3, & -3, & \dots \\
\uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \dots
\end{array}$$

Ho costruito una corrispondenza biunivoca fra $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Q}$

$\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$ sono insiemi EQUIPOTENTI, cioè possono essere messi in corrispondenza biunivoca. Si dice che hanno la STESSA CARDINALITÀ: hanno lo stesso tipo di "infinità" e si dice anche che sono NUMERABILI.

numero degli elementi di un insieme (che in questo caso è infinito)

un insieme è numerabile se esiste una corrispondenza biunivoca fra lui ed $\mathbb{N}$