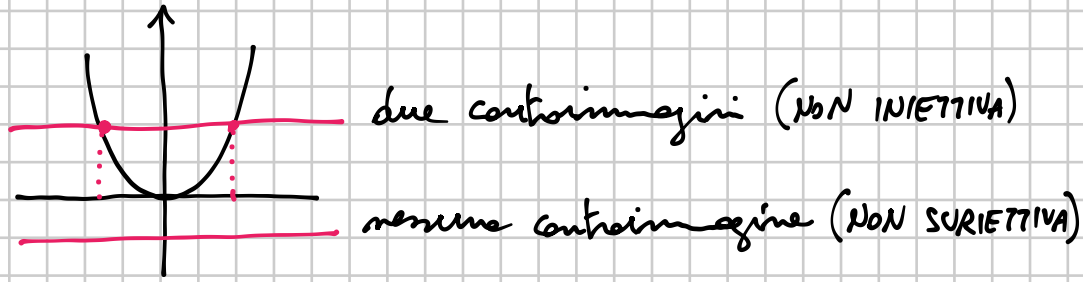
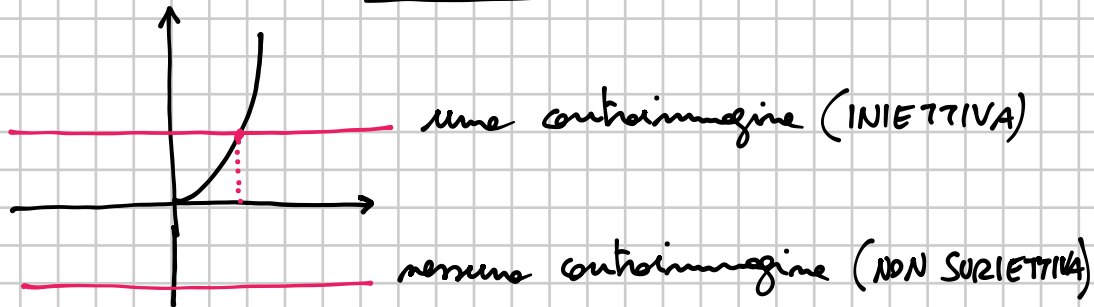


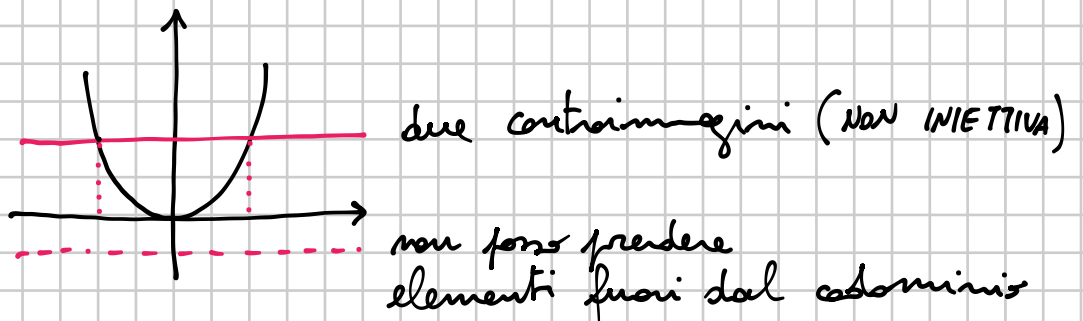
1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2$ né iniettiva né suriettiva



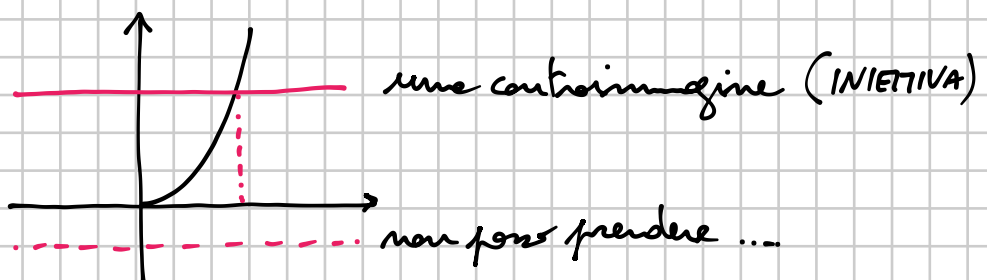
2) $g: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $g(x) = x^2$ iniettiva non suriettiva



3) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ $h(x) = x^2$ suriettiva non iniettiva

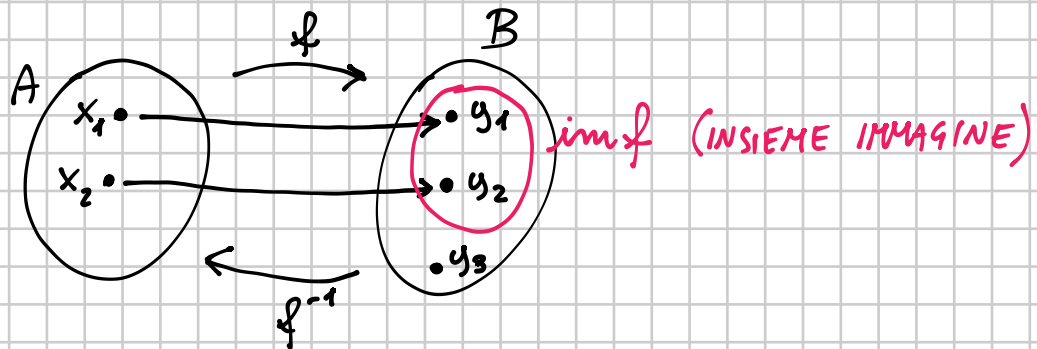


4) $u: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ $u(x) = x^2$ iniettiva e suriettiva (biettiva)



FUNZIONE INVERSA

Sia $f: A \rightarrow B$ INIETTIVA

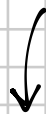


La funzione INVERSA di f è la funzione

$$f^{-1}: \text{im } f \rightarrow A$$

che associa ad ogni $y \in \text{im } f$ l'elemento $x \in A$ tale che $f(x) = y$

$$f^{-1}(y) = x \iff y = f(x)$$



Si come si scrive sempre x come variabile indipendente, scriveremo comunque $y = f^{-1}(x)$

ESEMPI

1) Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 3x + 1$, calcolare la funzione inversa.

$$\boxed{y = f(x)} \rightarrow y = 3x + 1 \quad \leftarrow \text{ricavo la } x$$

$$3x = y - 1$$

$$\boxed{x = f^{-1}(y)} \rightarrow x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$$

SCAMBIAMO X E Y PER
SCRIVERE L'ESPRESSIONE
DELLA FUNZ. INVERSA CON X
COME VARIABILE INDIPENDENTE

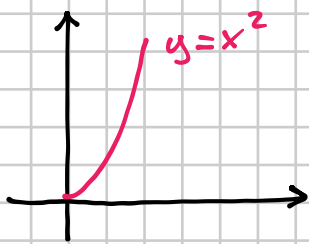
$$\boxed{y = f^{-1}(x)} \rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

La funzione inversa è $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

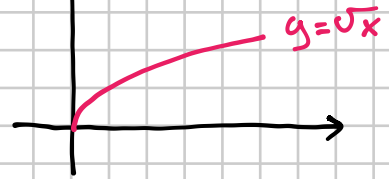
$$f(x) = 3x + 1 \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$5 \xrightarrow{f} f(5) = 3 \cdot 5 + 1 = 16 \xrightarrow{f^{-1}} f^{-1}(16) = \frac{1}{3} \cdot 16 - \frac{1}{3} = \frac{16}{3} - \frac{1}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

2) $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2$
 INIETTIVA



$f^{-1}: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$
 \uparrow
 im f



$y = x^2$

↓

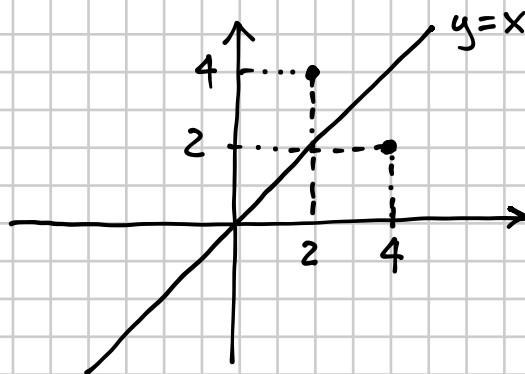
$x = \sqrt{y}$ ricavo x (x è positivo perché il dominio di f è \mathbb{R}_0^+)

↓

$y = \sqrt{x}$ scambio x con y

⇓

Lo scambio di x con y comporta nel grafico una simmetria rispetto alla bisettrice I-III quadrante, di equazione $y = x$



3 grafici di una funzione e della sua inversa sono simmetrici (l'uno il simmetrico dell'altro) rispetto alla retta $y = x$