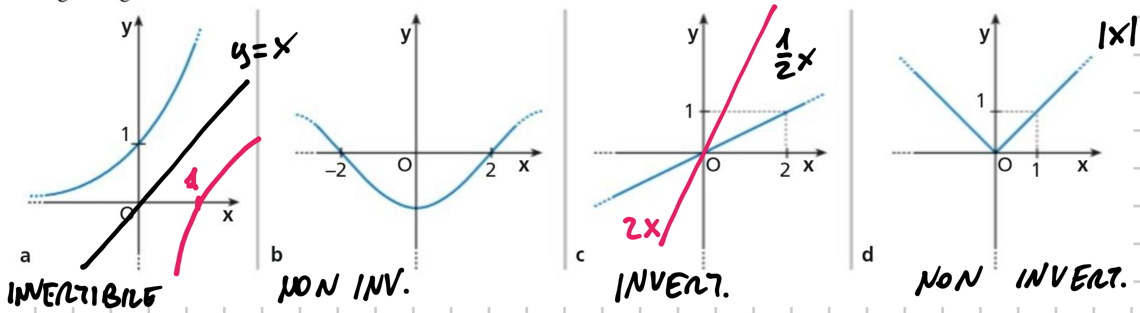
19/10/2021

228 LEGGI IL GRAFICO Stabilisci se le seguenti funzioni ammettono la funzione inversa e in caso affermativo disegna il grafico.



233 $y = x^2 + 1, \quad x \leq 0.$ $\quad [y = -\sqrt{x-1}]$ Trovare l'inversa

$f : \mathbb{R}_0^- \to \mathbb{R} \qquad f(x) = x^2 + 1$

$\mathbb{R}_0^- = (-\infty, 0]$

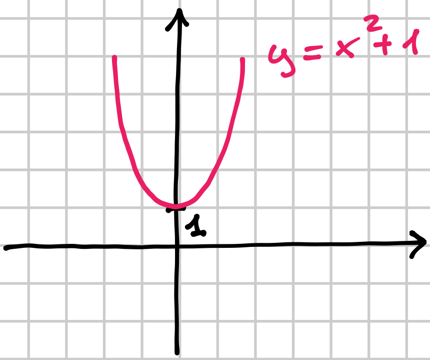
$\mathbb{R}^- = (-\infty, 0)$

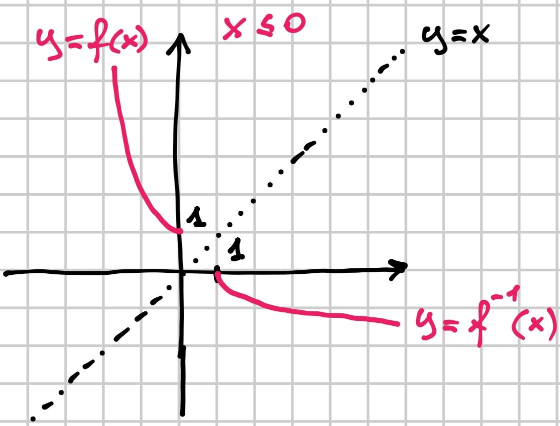
$y = x^2 + 1$

$x^2 = y - 1 \qquad x = -\sqrt{y-1} \implies y = -\sqrt{x-1}$

prendo il − perché so che $x \leq 0$

$f^{-1} : [1, +\infty) \to \mathbb{R} \qquad f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$





234 Data la funzione $f(x) = \frac{4x-5}{3}$, trova $f^{-1}(x)$ e calcola $f^{-1}(3)$. $\left[f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{4};\ f^{-1}(3) = \frac{7}{2}\right]$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad y = \frac{4x-5}{3}$ $\quad 3y = 4x - 5$

$$4x = 3y + 5$$

$$x = \frac{3y+5}{4}$$

$$y = \frac{3x+5}{4}$$

$f^{-1}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{4}$ $\quad f^{-1}(3) = \frac{3 \cdot 3 + 5}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

241 $y = \sqrt[3]{3x-1}$ Verificare che è invertibile e trovare l'inversa

Per verificare che è invertibile dobbiamo controllare che sia iniettiva

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = \sqrt[3]{3x-1}$

dobbiamo far vedere che $\forall x_1, x_2 \in D$ $\quad f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt[3]{3x_1 - 1} = \sqrt[3]{3x_2 - 1}$$

elevo al cubo

$$\Downarrow$$

$$3x_1 \cancel{-1} = 3x_2 \cancel{-1}$$

sommo 1 a entrambi i membri

$$\Downarrow$$

$$3x_1 = 3x_2$$

divido per 3

$$\Downarrow$$

$$x_1 = x_2$$

quindi f è iniettiva, e dunque invertibile

Per trovare l'inverse:

$$y = \sqrt[3]{3x-1}$$

ricavo la x

$$y^3 = 3x - 1$$

$$3x = y^3 + 1$$

$$x = \frac{y^3+1}{3} \xrightarrow{\text{scambio } x \text{ e } y} y = \frac{x^3+1}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x^3+1}{3}$$