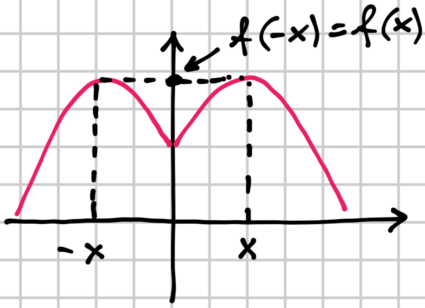
FUNZIONI PARI E DISPARI

$f: D \to \mathbb{R}$

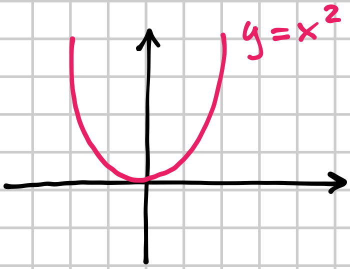
f è PARI se $\forall x \in D \quad -x \in D$ e $f(-x) = f(x)$



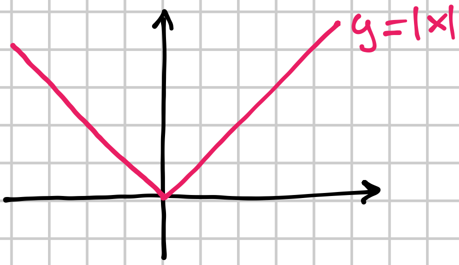
il grafico è simmetrico rispetto all'asse y

ESEMPI

1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = x^2$ è PARI. Infatti $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$



2) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = |x|$ è pari. $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$



3) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = x^4$ e tutte le potenze di esponente pari

$f(x) = x^n$ con $n \in \mathbb{N}$, n pari, sono pari

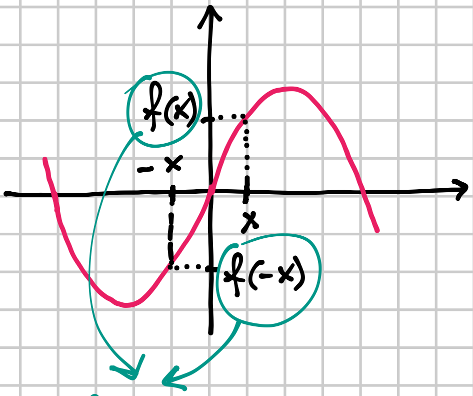
4) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $g(x) = 5x^6 + 3x^4 - 2x^2 + 1$ è pari

infatti $g(-x) = 5(-x)^6 + 3(-x)^4 - 2(-x)^2 + 1 =$

$= 5x^6 + 3x^4 + 2x^2 + 1 = g(x)$

$f: D \to \mathbb{R}$

f è DISPARI se $\forall x \in D$ $\quad -x \in D$ e $f(-x) = -f(x)$



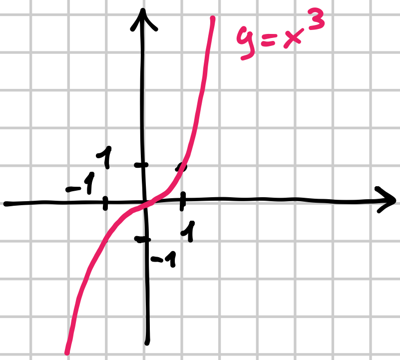
il grafico è simmetrico rispetto all'origine degli assi

$f(-x) = -f(x)$ cioè $f(x)$ e $f(-x)$ sono OPPOSTI

ESEMPI

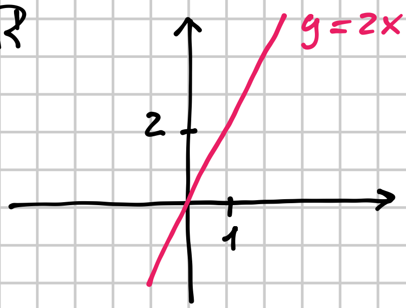
1) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x^3$ è dispari

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

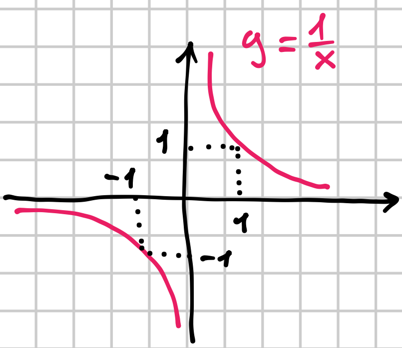


In generale x^n con n dispari è una funzione dispari

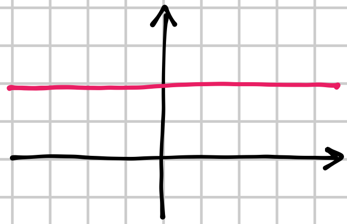
2) $g(x) = 2x$ $\quad g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
è dispari



3) $h: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ $\quad h(x) = \frac{1}{x}$ è dispari



Le funzioni costanti (definite in un intervallo simmetrico rispetto a 0) sono PARI



DOMANDA: esistono funzioni né pari né dispari? SÌ, ad

es. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=x^2+x$

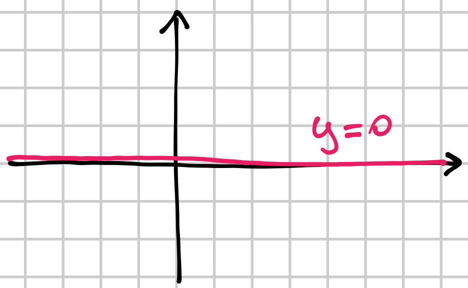
non è pari: $\quad f(1)=1^2+1=2 \qquad f(-1)=(-1)^2-1=0$

$$f(1)\neq f(-1)$$

non è dispari: $\quad f(-1)\neq -f(1)$

DOMANDA: esistono funzioni contemporaneamente pari e dispari? sì

La funzione nulla definita in un intervallo simmetrico rispetto a 0



$$\left.\begin{array}{l} f(x)=f(-x) \\ f(-x)=-f(x) \end{array}\right| \Rightarrow f(x)=-f(x)$$

$$f(x)+f(x)=0$$

$$2f(x)=0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{f(x)=0}$$