4/11/2021

Stabilisci se le seguenti funzioni sono pari, dispari o né pari né dispari.

261 $y = -3x^2 + |x|$

262 $y = \dfrac{x^4 + 2x^2}{|x|}$

263 $y = x^2 - x^3$

264 $y = \dfrac{x + x^3}{x^2}$

265 $y = x\sqrt[3]{x}$

266 $y = \sqrt{x^4 - 3x^2}$

261) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = -3x^2 + |x|$ $\quad f(-x) = -3(-x)^2 + |-x| =$

$= 3x^2 + x = f(x)$ PARI

262) $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = \dfrac{x^4 + 2x^2}{|x|}$ $\quad f(-x) = \dfrac{(-x)^4 + 2(-x)^2}{|-x|} = f(x)$

PARI

263) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x^2 - x^3$

$f(-x) = (-x)^2 - (-x)^3 = x^2 + x^3 \neq \begin{cases} f(x) \\ -f(x) \end{cases}$ né PARI né DISPARI

264) $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = \dfrac{x + x^3}{x^2}$

$f(-x) = \dfrac{-x + (-x)^3}{(-x)^2} = -\dfrac{x + x^3}{x^2} = -f(x)$ DISPARI

265) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x\sqrt[3]{x}$

$f(-x) = (-x) \cdot \sqrt[3]{-x} = (-x) \cdot (-\sqrt[3]{x}) = x\sqrt[3]{x} = f(x)$

PARI

266) $f: (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty) \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2}$

$x^4 - 3x^2 \geq 0$ $\quad f(-x) = \sqrt{(-x)^4 - 3(-x)^2} = f(x)$

$\cancel{x^2}(x^2 - 3) \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{3} \vee x \geq \sqrt{3}$ PARI

$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$ DA RICORDARE !! $\quad \sqrt{x^6} = |x|^3$

311 Considera la funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-8}{x^2}}$.

a. Classificala e determina il suo dominio.

b. Determina gli zeri e studia il segno della funzione, rappresentando nel piano cartesiano le regioni in cui si trova il suo grafico.

c. Calcola l'immagine di 12 e la controimmagine di -2.

[a) $D: x \geq 8$; b) $f(x) > 0: x > 8$, $f(x) = 0: x = 8$; c) $\frac{1}{6}$, non esiste]

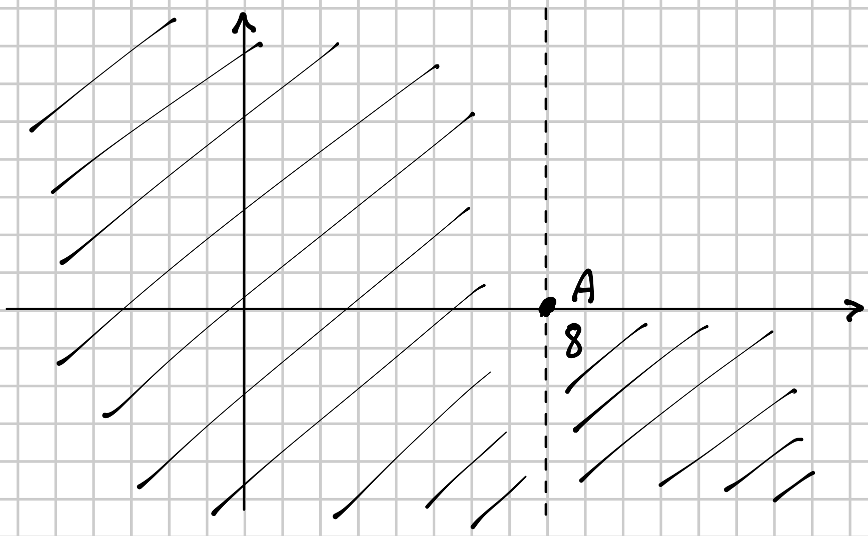
a) IRRAZIONALE FRATTA (non intera) DOMINIO $\dfrac{x-8}{x^2} \geq 0$

$\Downarrow$

$D = [8, +\infty)$

$$\begin{cases} x-8 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 8$$

b) ZERI $\sqrt{\dfrac{x-8}{x^2}} = 0 \Rightarrow x = 8$ 8 è l'unico zero $A(8,0)$



SEGNO: la radice quadrata, dove esiste, è sempre ≥ 0. So dove è 0 (appena calcolato), quindi cancello il semipiano $y<0$

c) $f(12) = \sqrt{\dfrac{12-8}{12^2}} = \sqrt{\dfrac{4}{12^2}} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$

la controimmagine di -2 non esiste perché f è sempre ≥ 0

$\sqrt{\dfrac{x-8}{x^2}} = -2$ eq. impossibile

$f^{-1}(\{-2\}) = \emptyset$

L'INSIEME DELLE CONTROIMMAGINI DI -2

313 Data la funzione $y = \dfrac{2x^2 + ax - 1}{2x - b}$, determina a e b in modo che il dominio sia $\mathbb{R} - \{4\}$ e il grafico passi per il punto $\left(1; \dfrac{1}{2}\right)$. $[a = -4, b = 8]$

$D = \mathbb{R} - \{4\} \Rightarrow 2 \cdot 4 - b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 8}$

$$y = \frac{2x^2 + ax - 1}{2x - 8}$$

passaggio per $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ $\quad \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1^2 + a \cdot 1 - 1}{2 \cdot 1 - 8} = \frac{1 + a}{-6}$

$\frac{1+a}{-6} = \frac{1}{2} \qquad 1 + a = -3 \Rightarrow \boxed{a = -4}$

DISEGNARE IL GRAFICO DI :

$$y = 2x^2 - 4|x| + 2.$$

$$f(x) = 2|x|^2 - 4|x| + 2 = 2\left(|x|^2 - 2|x| + 1\right)$$

$$x^2 \longrightarrow (x-1)^2 \longrightarrow 2(x-1)^2 \longrightarrow 2(|x|-1)^2$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \qquad 2x^2 - 4x + 1 \qquad 2|x|^2 - 4|x| + 1$$