15/11/2021

2 ..../25 Considera la funzione $f(x) = \dfrac{|x| - 3}{x\sqrt{x^2 - 4}}$.

a. Classificala e determina il suo dominio.

b. Stabilisci se è una funzione pari o dispari.

c. Trova gli zeri e studia il segno, rappresentando nel piano cartesiano le regioni in cui si trova il grafico.

a) FUNZIONE IRRAZIONALE FRATTA

DOMINIO: $x\sqrt{x^2-4} \neq 0$ e deve esistere $\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x < -2 \vee x > 2 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$\boxed{x < -2 \vee x > 2}$

$D = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

b) $f(x) = \dfrac{|x| - 3}{x\sqrt{x^2-4}}$ $\quad f(-x) = \dfrac{|-x| - 3}{-x\sqrt{(-x)^2-4}} = -\dfrac{|x|-3}{x\sqrt{x^2-4}} = -f(x)$

Il dominio D è simmetrico risp. a 0 e $\forall x \in D \quad f(-x) = -f(x)$

$\Rightarrow$ <u>f è DISPARI</u>

c) <u>ZERI</u> $f(x) = 0$ $\quad \dfrac{|x|-3}{\cancel{x\sqrt{x^2-4}}} = 0 \Rightarrow |x| - 3 = 0$

$|x| = 3 \qquad x = \pm 3$

gli zeri sono -3 e 3

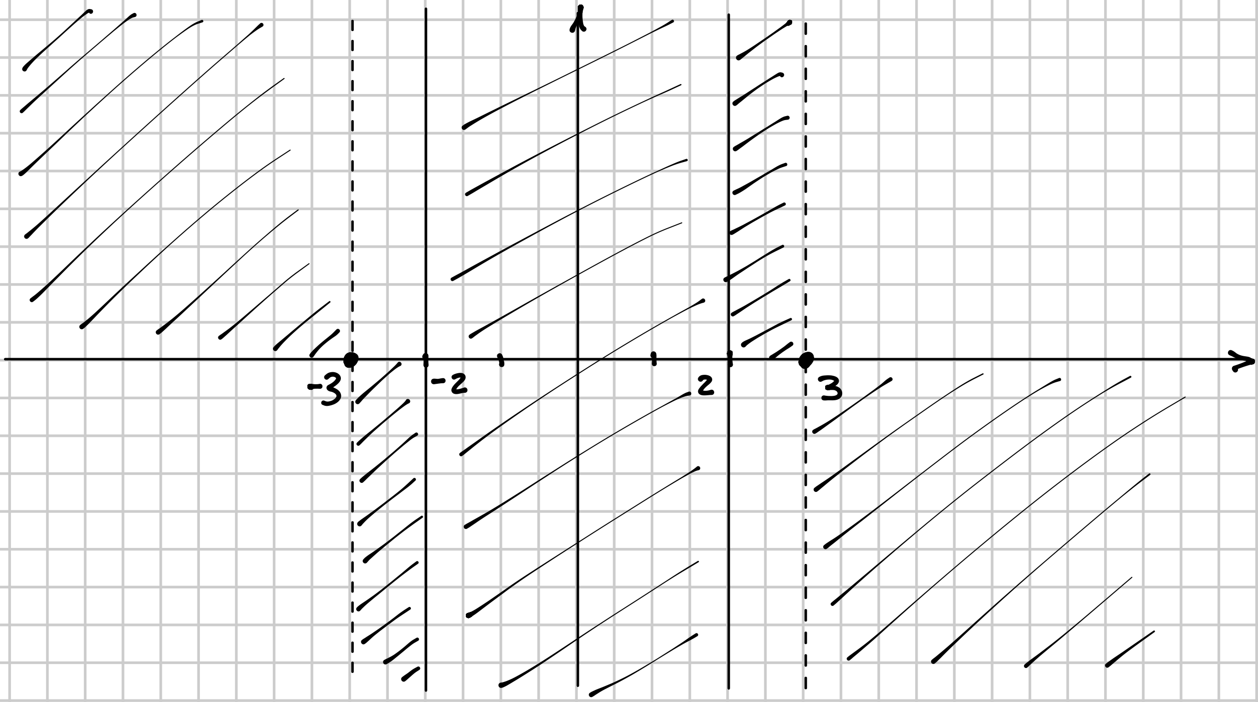
<u>SEGNO</u> $f(x) > 0$

$\dfrac{|x|-3}{x\sqrt{x^2-4}} > 0$ (N] numeratore, D] denominatore)

N] $|x| - 3 > 0 \quad |x| > 3 \quad x < -3 \vee x > 3$

D] $x\cancel{\sqrt{x^2-4}} > 0 \quad x > 0$

		-3		-2	0	2		3	
N]	+	0	−				−	0	+
D]	−		−				+		+
	−	0	+				−	0	+



251 Dimostra che la funzione $y = -x^3 + 5$ è decrescente in $\mathbb{R}$.

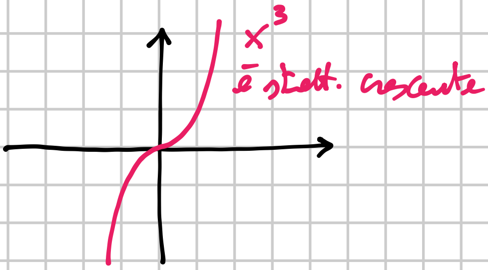
Ricordiamo che $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è strett. decrescente sse

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \qquad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$$

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = -x^3 + 5$$

Presi comunque $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ con $x_1 < x_2$, dobbiamo dimostrare che $f(x_1) > f(x_2)$, cioè che $-x_1^3 + 5 > -x_2^3 + 5$

$$x_1 < x_2 \overset{\text{applico il cubo}}{\implies} x_1^3 < x_2^3 \underset{\text{cambio i segni}}{\implies} -x_1^3 > -x_2^3 \underset{\text{aggiungo 5 a entrambi i membri}}{\implies} -x_1^3 + 5 > -x_2^3 + 5$$



390 $y = x^2 - 3|x| + 2;$

DISEGNARE IL GRAFICO

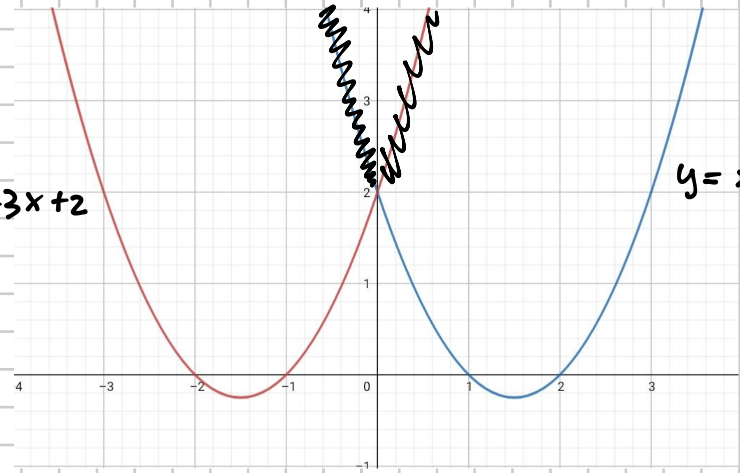
$\Downarrow$

1° MODO

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & \text{se } x \geq 0 \quad (|x| = x) \\ x^2 + 3x + 2 & \text{se } x < 0 \quad (|x| = -x) \end{cases}$$

$y = x^2 + 3x + 2$

$(x < 0)$



$y = x^2 - 3x + 2 \quad (x \geq 0)$

$y = ax^2 + bx + c$

$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

2° MODO: con le trasformazioni elementari

$$f(x) = x^2 - 3|x| + 2 = |x|^2 - 3|x| + 2 = |x|^2 - 3|x| + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} + 2 =$$

$$= \left(|x| - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$x^2 \rightsquigarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \longrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \rightsquigarrow \left(|x| - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

sposto a destra di $\frac{3}{2}$

sposto in giù di $\frac{1}{4}$

tengo il grafico nelle $x \geq 0$ e lo ricopio simmetricamente nella parte $x < 0$