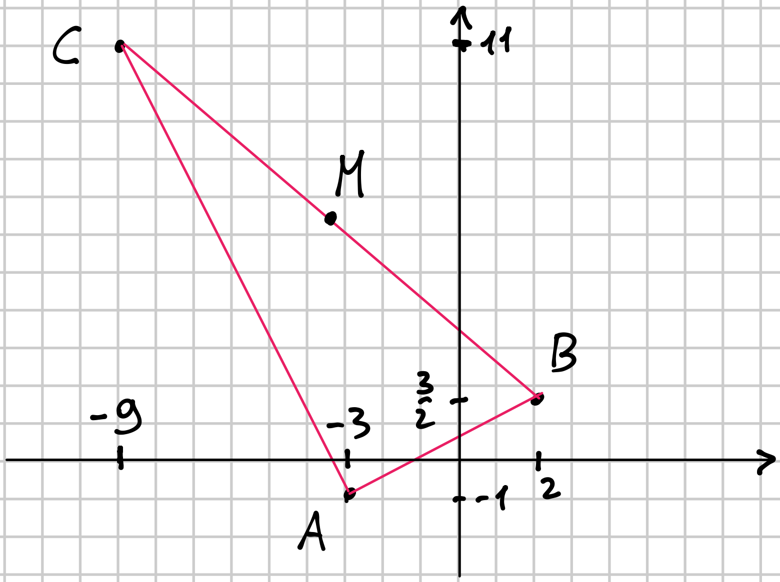
18/11/2021

146 Verifica che il triangolo di vertici $A(-3; -1)$, $B\left(2; \frac{3}{2}\right)$, $C(-9; 11)$ è rettangolo e che la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa.



$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-1-\frac{3}{2}}{-3-2} = \frac{-\frac{5}{2}}{-5} = \frac{1}{2}$$

$$m_{AC} = \frac{-1-11}{-3+9} = -\frac{12}{6} = -2$$

$AB \perp AC$ perché $m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$ (coeff. angolari antireciproci)

$C(-9, 11) \quad B\left(2, \frac{3}{2}\right) \quad A(-3, -1)$

$$M\left(\frac{-9+2}{2}, \frac{11+\frac{3}{2}}{2}\right) = \left(-\frac{7}{2}, \frac{25}{4}\right)$$

$$\overline{AM} = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{\left(-3+\frac{7}{2}\right)^2 + \left(-1-\frac{25}{4}\right)^2} =$$

lunghezza della mediana relativa all'ipotenusa

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{29}{4}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{841}{16}} = \sqrt{\frac{845}{16}} = \sqrt{\frac{13^2 \cdot 5}{16}} = \frac{13}{4}\sqrt{5}$$

$$\overline{AM} = \frac{\overline{BC}}{2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2+9)^2 + \left(\frac{3}{2}-11\right)^2} = \sqrt{121 + \left(-\frac{19}{2}\right)^2} = \sqrt{121 + \frac{361}{4}} = \sqrt{\frac{845}{4}} = \frac{13}{2}\sqrt{5}$$

1) Trovare la retta per $P(-1,2)$ parallela alla retta $y=-3x+6$

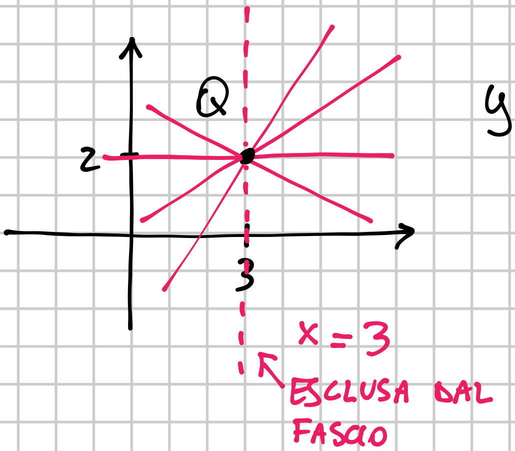
$$y-y_0=m(x-x_0)$$

FASCIO PROPRIO DI RETTE DI CENTRO $P(x_0,y_0)$

$$y-2=m(x+1) \leftarrow$$ fascio di rette per $P(-1,2)$

$$m=-3 \Rightarrow y-2=-3(x+1) \qquad y=-3x-1$$

2) Trovare la retta per $Q(3,2)$ perpendicolare alla retta $y=\frac{1}{2}x+7$



$$y-2=m(x-3)$$

$$m=-2 \Rightarrow y-2=-2(x-3)$$

antireciproco di $\frac{1}{2}$

$$y-2=-2x+6$$

$$y=-2x+8$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$ TIPO PARTICOLARE DI FASCIO

IN GENERALE

RETTE SOSTEGNO

Se ho due rette $ax + by + c = 0$ e $a'x + b'y + c' = 0$

posso farne la COMBINAZIONE LINEARE

$$(*) \qquad ax + by + c + K(a'x + b'y + c') = 0 \qquad K \in \mathbb{R}$$

CENTRO DEL FASCIO

- Se le 2 rette si incontrano nel punto P, l'equazione (*) rappresenta il fascio proprio di rette per P: al variare di K ottengo una retta del fascio (tranne $a'x + b'y + c'$, che non è ottenuta per alcun valore di K)

ESEMPIO

$$2x - y - 3 = 0 \qquad x + 2y - 4 = 0$$

si incontrano nel punto $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 8 - 4y - y - 3 = 0 \\ x = 4 - 2y \end{cases}$

$\begin{cases} -5y = -5 \\ \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ $P(2,1)$

$$2x - y - 3 + K(x + 2y - 4) = 0 \qquad K \in \mathbb{R}$$

- Per qualsiasi valore di K ottengo una retta
- queste rette passano per P? sì

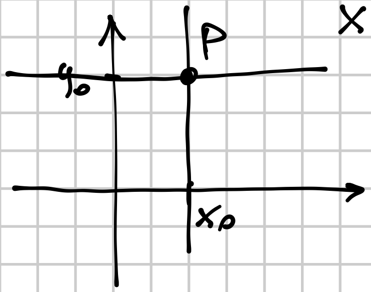
se vado a sostituire nell'eq. le coordinate di P

$$\underbrace{2x - y - 3}_{0} + K\underbrace{(x + 2y - 4)}_{0} = 0$$

$x + 2y - 4 = 0$ invece non c'è

• Se invece le 2 rette sono parallele, l'eq. (*) rappresenta un fascio improprio, di rette tutte parallele a queste due.

Notiamo che anche la "retta per un punto" è un caso particolare di questa impostazione:



$x - x_0 = 0$ $\qquad$ $y - y_0 = 0$ $\qquad$ si incontrano in $P(x_0, y_0)$

$$y - y_0 + k(x - x_0) = 0$$

$x - x_0 = 0$ retta esclusa dal fascio

$$y - y_0 = \underbrace{-k}_{m}(x - x_0)$$

STUDIARE IL FASCIO

599 $(3-k)\,x + (k+1)\,y + 4k - 8 = 0$ $\Rightarrow$ coeff. angolare $m = -\dfrac{a}{b} = \dfrac{k-3}{k+1}$

$$3x - kx + ky + y + 4k - 8 = 0$$

$$3x + y - 8 + k(-x + y + 4) = 0$$

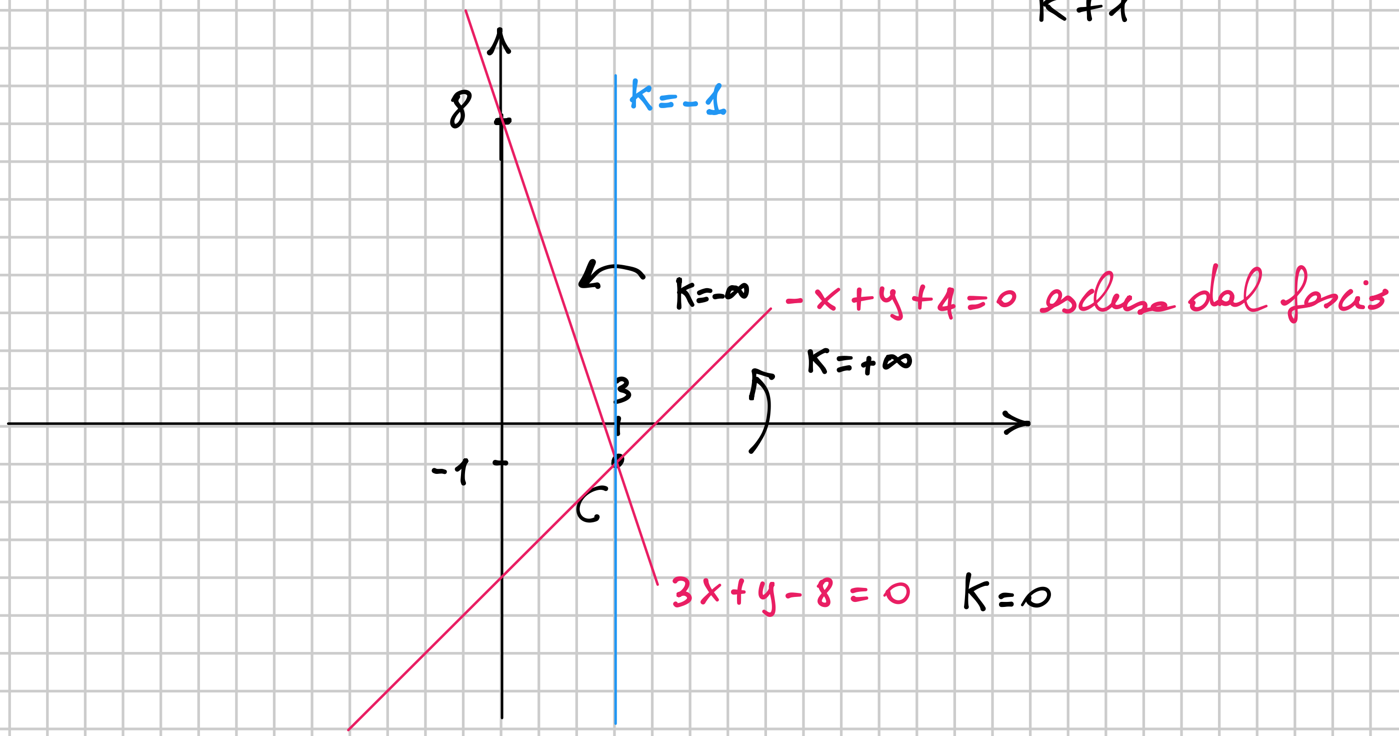
RETTE SOSTEGNO: $\quad 3x + y - 8 = 0 \qquad -x + y + 4 = 0$ esclusa dal fascio

Non sono parallele $\Rightarrow$ FASCIO PROPRIO

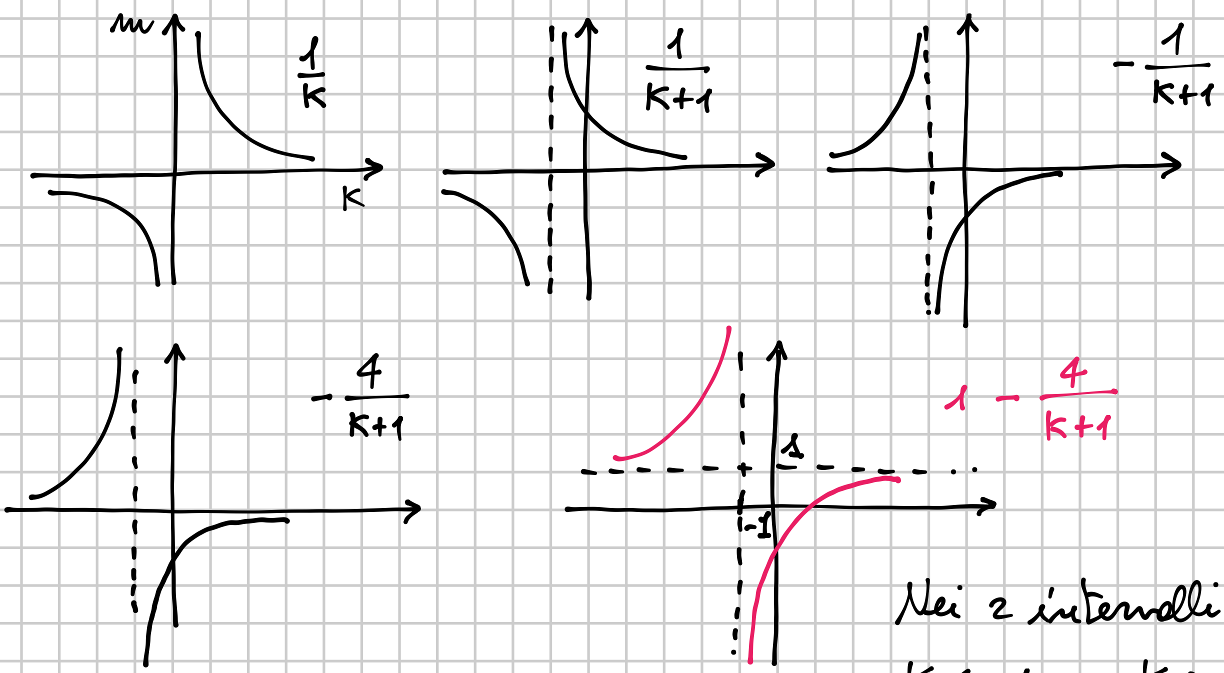
CENTRO: $\begin{cases} 3x + y - 8 = 0 \\ -x + y + 4 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + x - 4 - 8 = 0 \\ y = x - 4 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x = 12 \\ y = x - 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

$$C(3, -1)$$

$$3x+y-8+K(-x+y+4)=0 \Rightarrow m=\frac{K-3}{K+1}$$



$$m=\frac{K-3}{K+1}=\frac{K+1-1-3}{K+1}=\frac{K+1}{K+1}-\frac{4}{K+1}=1-\frac{4}{K+1}$$



Nei 2 intervalli

$K<-1$ e $K>-1$

la funzione $m=1-\frac{4}{K+1}$

è strett. crescente,

quindi all'aumentare di

K il senso di rotazione delle

rette del fascio attorno a C

è ANTIORARIO