

611

Scrivi l'equazione del fascio generato dalle rette  $2x + y - 1 = 0$ ,  $4x + 2y + 3 = 0$  e trova:

- l'equazione della retta che passa per il punto  $P(2; 0)$ ;
- l'equazione delle rette che incontrano gli assi in due punti  $A$  e  $B$  tali che l'area del triangolo  $AOB$  sia 1;
- l'equazione della retta perpendicolare alla retta  $x - 3y - 1 = 0$ .

[a)  $2x + y - 4 = 0$ ; b)  $2x + y - 2 = 0$ ,  $2x + y + 2 = 0$ ; c) non esiste]

eq. fascio (IMPROPRIO)  $2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0$   
 $\uparrow$  rette parallele  $\uparrow$

a)  $P(2, 0)$  sostituisco nel fascio e trovo  $K$

$$2 \cdot 2 + 0 - 1 + K(4 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 3) = 0$$

$$4 - 1 + K(8 + 3) = 0$$

$$3 + 11K = 0 \Rightarrow K = -\frac{3}{11}$$

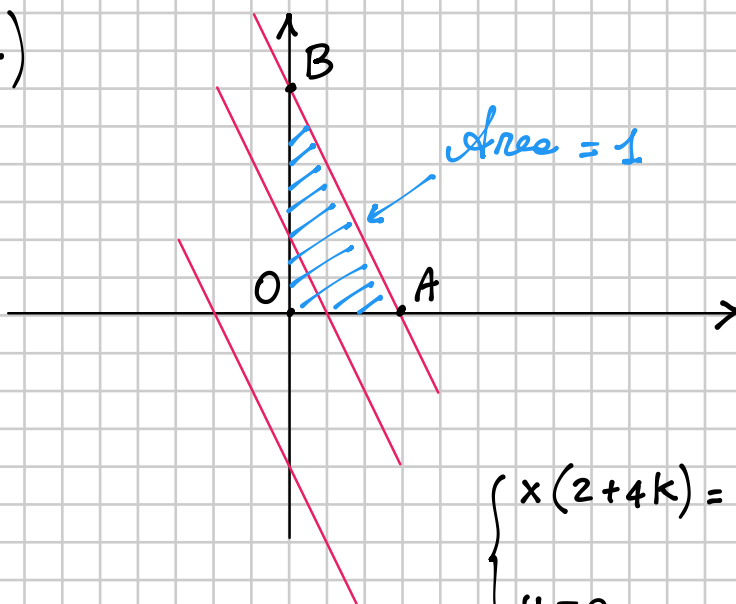
sost. nel fascio  $2x + y - 1 - \frac{3}{11}(4x + 2y + 3) = 0$

moltiplico per 11  $22x + 11y - 11 - 12x - 6y - 9 = 0$

$$10x + 5y - 20 = 0$$

$$2x + y - 4 = 0$$

b)



DIPENDE DA  $K$

$$A = \begin{cases} 2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0 \\ y = 0 \text{ (asse } x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 1 + 4Kx + 3K = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(2 + 4K) = 1 - 3K \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1 - 3K}{2 + 4K} \\ y = 0 \end{cases} \quad A \left( \frac{1 - 3K}{2 + 4K}, 0 \right)$$

$$B = \begin{cases} 2x + y - 1 + k(4x + 2y + 3) = 0 \\ x = 0 \quad (\text{axe } y) \end{cases} \quad \begin{cases} y - 1 + k(2y + 3) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 1 + 2ky + 3k = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y(1 + 2k) = 1 - 3k \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1 - 3k}{1 + 2k} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$B\left(0, \frac{1 - 3k}{1 + 2k}\right)$$

$$\overline{OA} = \left| \frac{1 - 3k}{2 + 4k} \right| \quad \overline{OB} = \left| \frac{1 - 3k}{1 + 2k} \right|$$

$$\text{Area} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 1$$

notiamo che  
per  $k = -\frac{1}{2}$  il  
fascio diventa  
 $0 = 0$

C.E.  $k \neq -\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \left| \frac{1 - 3k}{2 + 4k} \right| \cdot \left| \frac{1 - 3k}{1 + 2k} \right| = 1$$

$$\frac{1}{2} \left| \frac{1 - 3k}{2(1 + 2k)} \cdot \frac{1 - 3k}{1 + 2k} \right| = 1$$

$$\frac{1}{2} \left| \frac{(1 - 3k)^2}{2(1 + 2k)^2} \right| = 1 \Rightarrow \frac{(1 - 3k)^2}{4(1 + 2k)^2} = 1$$

$$(1 - 3k)^2 = 4(1 + 2k)^2 \quad 1 + 9k^2 - 6k = 4(1 + 4k^2 + 4k)$$

$$1 + 9k^2 - 6k = 4 + 16k^2 + 16k$$

$$7k^2 + 22k + 3 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = \frac{121 - 21}{4} = 100$$

$$k = \frac{-11 \pm 10}{7} = \begin{cases} -\frac{21}{7} = -3 \\ -\frac{1}{7} \end{cases}$$

$$2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0$$

$$K = -3 \Rightarrow 2x + y - 1 - 3(4x + 2y + 3) = 0$$

$$2x + y - 1 - 12x - 6y - 9 = 0$$

$$-10x - 5y - 10 = 0$$

$$2x + y + 2 = 0$$

$$K = -\frac{1}{7} \Rightarrow 2x + y - 1 - \frac{1}{7}(4x + 2y + 3) = 0$$

$$14x + 7y - 7 - 4x - 2y - 3 = 0$$

$$10x + 5y - 10 = 0$$

$$2x + y - 2 = 0$$

c)  $2x + y - 1 + K(4x + 2y + 3) = 0$

K t.c. la retta  $\perp x - 3y - 1 = 0$   $m = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

Per essere perpendicolare, il coeff. angolare deve essere  $-3$  } antinecip.

Ma, dato che il fascio è improprio, il coeff. angolare di tutte le rette è lo stesso, ed è  $-2$ . Quindi non esiste alcuna retta del fascio  $\perp x - 3y - 1 = 0$