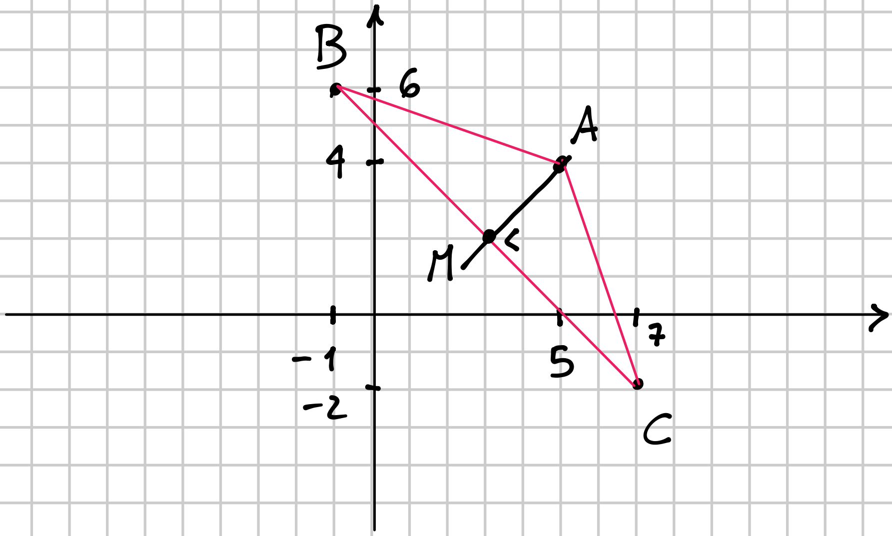
30/11/2021

37 **a.** Verifica che il triangolo di vertici $A(5;4)$, $B(-1;6)$ e $C(7;-2)$ è isoscele sulla base BC.

b. Dimostra che le equazioni dell'altezza e della mediana relative a BC coincidono.

c. Trova il baricentro, l'ortocentro e il circocentro del triangolo. $\left[c)\left(\frac{11}{3};\frac{8}{3}\right),(11;10),(0;-1)\right]$



a)

$$\overline{AB}=\sqrt{(5+1)^2+(4-6)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

$$\overline{AC}=\sqrt{(5-7)^2+(4+2)^2}=\sqrt{4+36}=2\sqrt{10}$$

$\overline{AB}=\overline{AC}$

$\Downarrow$

TR. ISOSCELE

b) $M_{BC}=\left(\frac{-1+7}{2},\frac{6-2}{2}\right)=(3,2)$ $A(5,4)$ $B(-1,6)$ $C(7,-2)$

MEDIANA AM $\frac{y-y_A}{y_M-y_A}=\frac{x-x_A}{x_M-x_A}$ $\frac{y-4}{2-4}=\frac{x-5}{3-5}$

$\boxed{y=x-1}$

l'altezza è la retta per A perp. a BC

$m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=\frac{6+2}{-1-7}=-1$ antireciproco $m'=1$

$y-y_A=m'(x-x_A)$

$y-4=1(x-5)$

$\boxed{y=x-1}$

altezza e mediana (rette) coincidono

c) BARICENTRO = punto di incontro delle mediane

TRUCCO = basta fare la media delle coordinate dei vertici

$$A(5,4) \quad B(-1,6) \quad C(7,-2)$$

$$G\left(\frac{5-1+7}{3}, \frac{4+6-2}{3}\right) = \boxed{\left(\frac{11}{3}, \frac{8}{3}\right)}$$

ORTOCENTRO = punto di incontro delle altezze

<u>una altezza</u> $y = x - 1$

<u>un'altra</u>: retta per B perp. ad AC

$$m_{AC} = \frac{4+2}{5-7} = \frac{6}{-2} = -3 \qquad m' = \frac{1}{3}$$

antireciproco

$$y - 6 = \frac{1}{3}(x+1)$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} + 6 \qquad y = \frac{1}{3}x + \frac{19}{3}$$

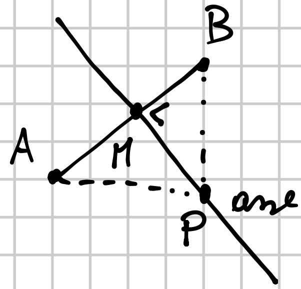
ORTOCENTRO

$$T \begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{19}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{19}{3} = x - 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 19 = 3x - 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 22 \\ y = x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 11 \\ y = 10 \end{cases} \qquad \boxed{T(11,10)}$$

CIRCOCENTRO = Centro della circonferenza circoscritta:
punto di incontro degli assi dei lati

Come trovare l'asse di un segmento di estremi $A(x_A, y_A)$
$B(x_B, y_B)$



asse di AB = luogo geometrico dei punti $P(x,y)$ che hanno la stessa distanza da A e da B

$$\overline{AP} = \overline{PB}$$

$$\sqrt{(x-x_A)^2+(y-y_A)^2} = \sqrt{(x-x_B)^2+(y-y_B)^2}$$

$$\Downarrow$$

equazione dell'asse di AB $\boxed{(x-x_A)^2+(y-y_A)^2 = (x-x_B)^2+(y-y_B)^2}$

Nel nostro caso: $A(5,4)$ $B(-1,6)$

asse di AB
$$(x-5)^2+(y-4)^2 = (x+1)^2+(y-6)^2$$

$$\cancel{x^2}+25-10x+\cancel{y^2}+16-8y = \cancel{x^2}+1+2x+\cancel{y^2}+36-12y$$

$$-12x+4y+4=0 \qquad 3x-y-1=0$$

asse di BC $\qquad B(-1,6) \quad C(7,-2)$

$$(x+1)^2+(y-6)^2 = (x-7)^2+(y+2)^2$$

$$\cancel{x^2}+1+2x+\cancel{y^2}+36-12y = \cancel{x^2}+49-14x+\cancel{y^2}+4+4y$$

$$16x-16y-16=0 \qquad x-y-1=0$$

CIRCOCENTRO :

$$S = \begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3y + 3 - y - 1 = 0 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = -2 \\ x = y + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1 \\ x = -1 + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\boxed{S(0, -1)}$$