

40

Riconosci se il fascio di equazione $3ax + 4ay + 3a - 1 = 0$ è proprio o improprio e determina l'equazione della retta del fascio:

- a. passante per il punto $(\frac{2}{3}; -1)$; b. passante per l'origine; c. che dista 1 dall'origine.

[a) $3x + 4y + 2 = 0$; b) $3x + 4y = 0$; c) $3x + 4y - 5 = 0$; $3x + 4y + 5 = 0$]

$$3ax + 4ay + 3a - 1 = 0$$

$$a = 0 \Rightarrow -1 = 0 \text{ IMPOSSIBILE, quindi deve essere } a \neq 0$$

$$a \neq 0 \Rightarrow 3x + 4y + 3 - \frac{1}{a} = 0 \quad \text{FASCIO IMPROPRIO}$$

↓
al variare di a abbiamo
rette parallele di coeff.
angolare $-\frac{3}{4}$

$$a) P\left(\frac{2}{3}, -1\right) \quad 3a \cdot \frac{2}{3} + 4a \cdot (-1) + 3a - 1 = 0$$

$$2a - 4a + 3a - 1 = 0 \quad a = 1$$

↓

$$\boxed{3x + 4y + 2 = 0}$$

$$b) 3a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$x + \frac{4}{3}y = 0$$

$$\boxed{3x + 4y = 0}$$

$$c) 3ax + 4ay + 3a - 1 = 0$$

$$d(\text{retta}, O) = 1 \quad O(0,0)$$

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1 \Rightarrow \frac{|3a - 1|}{\sqrt{9a^2 + 16a^2}} = 1 \Rightarrow \frac{|3a - 1|}{5|a|} = 1$$

$$|3a-1| = 5|a|$$

$$(3a-1)^2 = 25a^2$$

$$9a^2 + 1 - 6a - 25a^2 = 0$$

$$-16a^2 - 6a + 1 = 0$$

$$16a^2 + 6a - 1 = 0 \quad \frac{\Delta}{4} = 9 + 16 = 25$$

$$a = \frac{-3 \pm 5}{16} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$3ax + 4ay + 3a - 1 = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2}x - 2y - \frac{3}{2} - 1 = 0$$

$$3x + 4y + 5 = 0$$

$$a = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{3}{8}x + \frac{1}{2}y + \frac{3}{8} - 1 = 0$$

$$3x + 4y - 5 = 0$$

47 Siano dati i punti $A(-2; 1)$, $B(1; -1)$, $D(2; 7)$ e la retta r di equazione $2x - y - 7 = 0$.

- Verifica che il triangolo ABD è rettangolo in A .
- Trova un punto C su r in modo che il quadrilatero $ABCD$ sia un trapezio avente BC e AD come basi.
- Calcola l'area del trapezio trovato. [b) $C(9; 11)$; c) 39]

$$a) m_{AB} = \frac{1+1}{-2-1} = -\frac{2}{3} \quad m_{AD} = \frac{1-7}{-2-2} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AD} = -1 \Rightarrow AB \perp AD$$

coeff. opposti
antireciproci

$$b) r: 2x - y - 7 = 0 \quad C$$

trovo la retta per B parallela a AD

$$y + 1 = \frac{3}{2}(x - 1)$$

e la interseco con r

$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} - 1 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 7 = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y = 2x - 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 14 = 3x - 5 \\ y = 2x - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 18 - 7 = 11 \end{cases} \quad \boxed{C(9, 11)}$$

$$c) \overline{AD} = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(1-9)^2 + (-1-11)^2} = \sqrt{64 + 144} = \sqrt{208} = \sqrt{16 \cdot 13} = 4\sqrt{13}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$A_{ABCD} = \frac{(2\sqrt{13} + 4\sqrt{13})\sqrt{13}}{2} = \frac{6\sqrt{13} \cdot \sqrt{13}}{2} = 3 \cdot 13 = \boxed{39}$$

