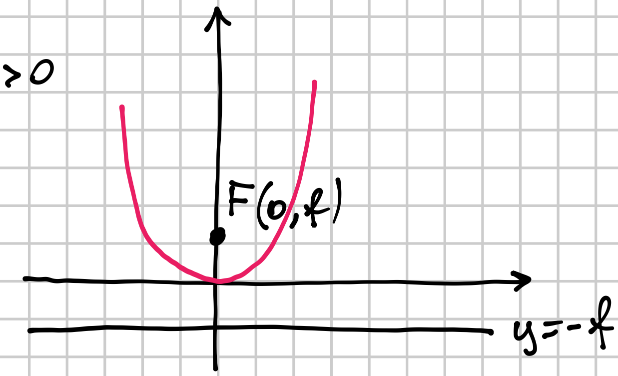
16/12/2021

PARABOLA CON ASSE DI SIMMETRIA $\equiv$ ASSE y
E VERTICE IN $O(0,0)$

$a > 0$



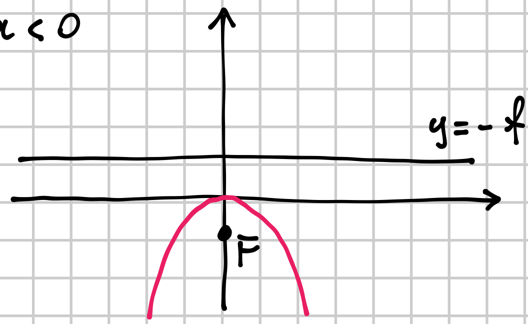
$y = ax^2$

$V(0,0)$ VERTICE

$F\left(0, \frac{1}{4a}\right)$ FUOCO

$y = -\frac{1}{4a}$ DIRETTRICE

$a < 0$

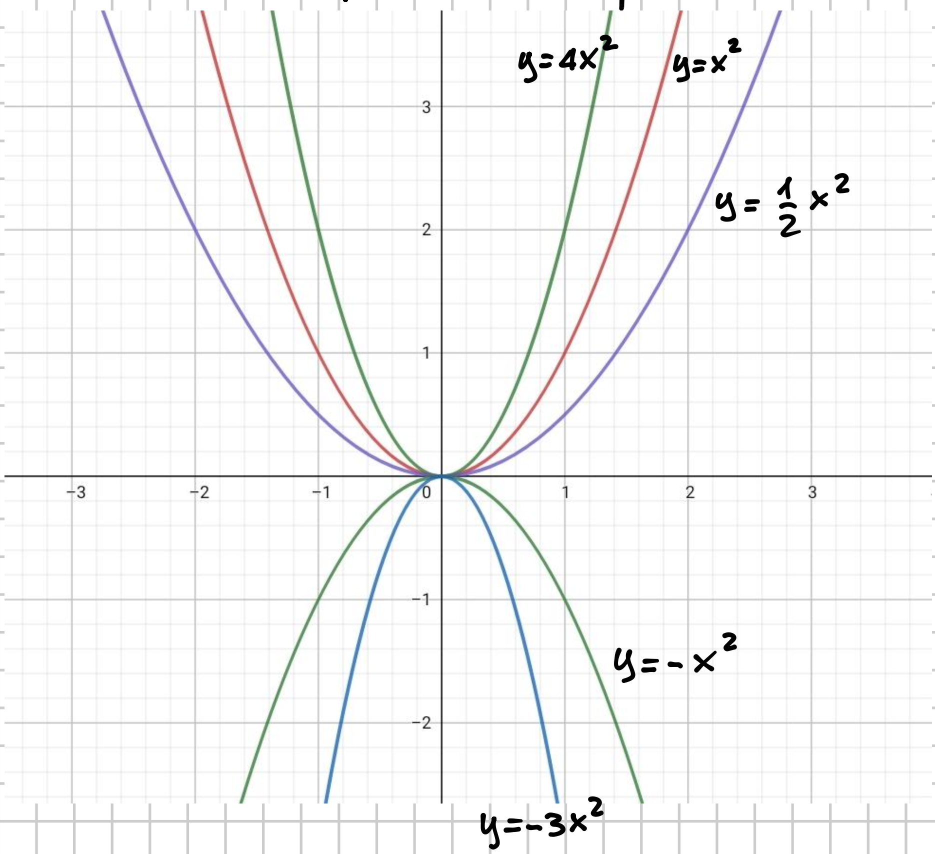


$f = \frac{1}{4a}$

$\Updownarrow$

$a = \frac{1}{4f}$

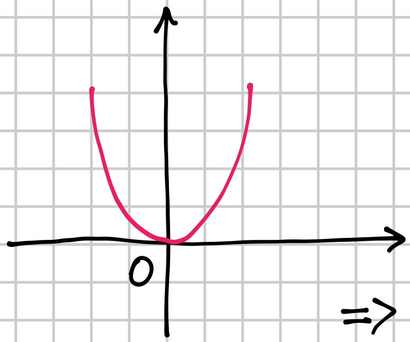
Come varia l'apertura della parabola con a



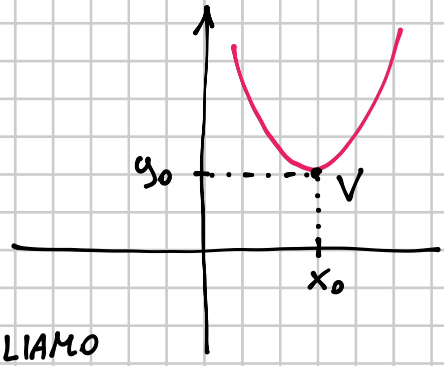
Se $|a|$ diventa "grande" l'apertura è più STRETTA

Se $|a|$ si avvicina a 0 l'apertura è più LARGA

PARABOLA CON ASSE DI SIMMETRIA // ASSE y E VERTICE NEL PUNTO $V(x_0, y_0)$



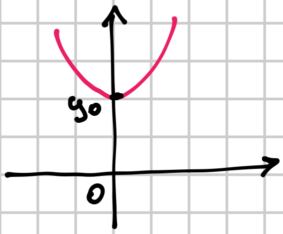
$\Rightarrow$ TRASLIAMO LA PARABOLA



$y = ax^2$

TRASLO IN SU DI y_0

$y = ax^2 + y_0$



TRASLO VERSO DESTRA DI x_0

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0$$

$$y = a(x^2 + x_0^2 - 2x_0x) + y_0$$

$$y = ax^2 \underbrace{- 2ax_0}_{b} x + \underbrace{ax_0^2 + y_0}_{c}$$

$$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$$

eq. della parabola con asse di simmetria // all'asse y

(NOTARE CHE L'APERTURA DELLA PARABOLA È ANCORA INDICATA DA $|a|$)

$b = -2ax_0$

$\Downarrow$

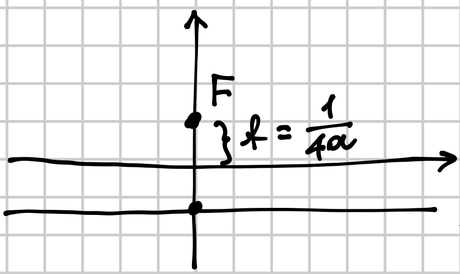
$x_0 = -\dfrac{b}{2a}$

$c = ax_0^2 + y_0$

$\Downarrow$

$$y_0 = c - ax_0^2 = c - \frac{\cancel{a}b^2}{4a^{\cancel{2}}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$



$d: y = -f = -\dfrac{1}{4a}$

FUOCO $\quad x_F = x_V = -\dfrac{b}{2a}$

$$y_F = y_V + \frac{1}{4a} = -\frac{\Delta}{4a} + \frac{1}{4a} = \frac{1-\Delta}{4a}$$

$$F\left(-\frac{b}{2a}, \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$

DIRETTRICE $\quad y = y_V - \dfrac{1}{4a} = -\dfrac{1+\Delta}{4a}$

$$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$$

$a > 0$ CONCAVITÀ VERSO L'ALTO $\cup$

$a < 0$ CONCAVITÀ VERSO IL BASSO $\cap$

VERTICE $\quad V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

FUOCO $\quad F\left(-\frac{b}{2a}, \frac{1-\Delta}{4a}\right)$

DIRETTRICE $\quad y = -\frac{1+\Delta}{4a}$

ASSE DI SIMMETRIA $\quad x = -\frac{b}{2a}$

Determina l'equaz. della parabola

31 $F(-1; 2)$, $\quad d$: $y = -1$. $\quad \left[y = \frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} + \frac{2}{3}\right]$

FUOCO $\quad$ DIRETTRICE

1° MODO

Applico la definizione: $P(x,y)$ è un punto della parabola sse

$$\overline{PF} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{DISTANZA}}}{d}(P,d)$$

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = |y-(-1)|$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = (y+1)^2$$

$$x^2 + 2x + \cancel{1} + \cancel{y^2} - 4y + 4 = \cancel{y^2} + 2y + \cancel{1}$$

$$-4y - 2y = -x^2 - 2x - 4$$

$$-6y = -x^2 - 2x - 4$$

$$\boxed{y = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}$$

2° MODO $\quad F(-1,2) \quad y=-1$

Devo trovare a, b, c da inserire in $y = ax^2+bx+c$

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = -1 \\ \dfrac{1-\Delta}{4a} = 2 \\ -\dfrac{1+\Delta}{4a} = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 2a \\ 1-\Delta = 8a \\ 1+\Delta = 4a \end{cases}$$

$$2 \quad // \quad = 12a$$

$$\begin{cases} b = 2a \\ a = \dfrac{1}{6} \\ 1+\Delta = 4 \cdot \dfrac{1}{6} \end{cases} \qquad \begin{cases} b = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3} \\ a = \dfrac{1}{6} \\ \Delta = \dfrac{2}{3} - 1 = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

$$b^2 - 4ac = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{9} - \frac{2}{3}c = -\frac{1}{3}$$

$$1 - 6c = -3$$

$$-6c = -4 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{1}{6} \\ b = \dfrac{1}{3} \\ c = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}$$

345 $A(1;1)$, $B(2;3)$, $C(-1;-9)$.

Determinare l'eq. della parabola con asse di simm. // asse y che passa per A, B, C

$y = ax^2 + bx + c$ devo trovare a, b, c

$A(1,1)$

$B(2,3)$

$C(-1,-9)$

$$\begin{cases} 1 = a + b + c \\ 3 = 4a + 2b + c \\ -9 = a - b + c \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 - b - c \\ 4(1 - b - c) + 2b + c = 3 \\ (1 - b - c) - b + c = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ 4 - 4b - 4c + 2b + c = 3 \\ 1 - b - \cancel{c} - b + \cancel{c} = -9 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ -2b - 3c = -1 \\ -2b = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ -10 - 3c = -1 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 - 5 + 3 = -1 \\ b = 5 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\boxed{y = -x^2 + 5x - 3}$$

351 $A(4; 6)$, $V(2; -2)$. $[y = 2x^2 - 8x + 6]$

VERTICE

$y = ax^2 + bx + c$

passaggio per $A(4,6)$

vertice $V(2,-2)$

$$\begin{cases} 6 = 16a + 4b + c \\ -\dfrac{b}{2a} = 2 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = -2 \end{cases}$$

(oppure $-2 = 4a + 2b + c$)

$$\begin{cases} \cancel{16a} - \cancel{16a} + c = 6 \\ b = -4a \\ \Delta = 8a \end{cases} \qquad \begin{cases} c = 6 \\ b = -4a \\ b^2 - 4ac = 8a \end{cases} \qquad \begin{cases} c = 6 \\ b = -4a \\ 16a^2 - 24a = 8a \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 6 \\ b = -4a \\ 16a^{\cancel{2}} = 32\cancel{a} \end{cases} \qquad \begin{cases} c = 6 \\ b = -4a \\ a = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 6 \end{cases}$$

perché $a \neq 0$

$$\boxed{y = 2x^2 - 8x + 6}$$

$V(1,1)$ $\qquad y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 1 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = 1 \\ 1 = a + b + c \end{cases} \qquad \begin{cases} b = -2a \\ \Delta = -4a \\ a - 2a + c = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = -2a \\ b^2 - 4ac = -4a \\ -a = 1 - c \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$a = c - 1$$

$$\begin{cases} b = -2a \\ 4a^2 - 4ac = -4a \\ a = c - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = -2a \\ a - c = -1 \\ a = c - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = -2a \\ a = c - 1 \\ a = c - 1 \end{cases}$$