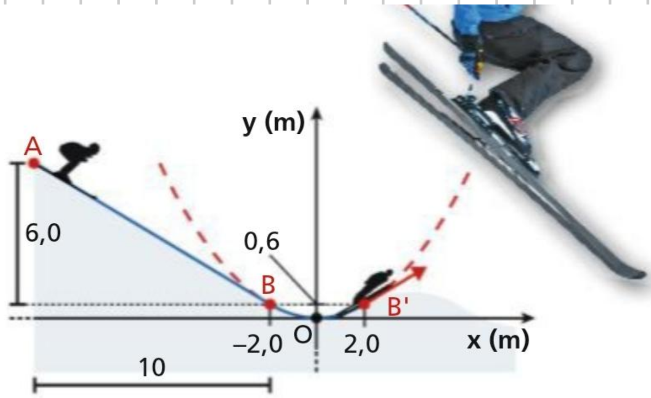
363 **FISICA** **CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA** In una sfida di salto acrobatico con gli sci, la rampa usata dagli atleti può essere schematizzata nel modo rappresentato in figura: a un tratto rettilineo AB segue un breve arco di parabola BB', di cui la retta AB rappresenta la tangente nel punto B.



a. Scrivi l'equazione della retta AB nel riferimento Oxy in figura.

b. Determina l'equazione della parabola BOB' nello stesso riferimento e verifica che la retta AB è tangente alla parabola trovata nel punto B.

c. Se gli atleti partono da A con velocità nulla, con quale velocità arrivano in B'? Trascura l'attrito.

[a) $y = -0{,}60x - 0{,}60$; b) $y = 0{,}15x^2$; c) $v = 11$ m/s]

a) retta AB $A(-12, 6{,}6)$ $B(-2, 0{,}6)$

$$\frac{y-6{,}6}{0{,}6-6{,}6} = \frac{x+12}{-2+12} \qquad \frac{y-6{,}6}{-\cancel{6}_3} = \frac{x+12}{\cancel{10}_5}$$

$$5y-33=-3x-36 \qquad 3x+5y+3=0 \qquad y=-\frac{3}{5}x-\frac{3}{5}$$

$$\boxed{y=-0{,}60x-0{,}60}$$

b) Trovo l'equazione della parabola con vertice $O(0,0)$ e passante per $B(-2, 0{,}6)$ e $B'(2, 0{,}6)$

Una parabola con vertice nell'origine ha equazione $y=ax^2$

Sostituendo $B(-2, 0{,}6) \Rightarrow 0{,}6 = a\cdot(-2)^2$ $4a = 0{,}6$

$$\Downarrow$$

$$a = \frac{0{,}6}{4} = \frac{\frac{3}{5}}{4} = \frac{3}{20}$$
$$= 0{,}15$$

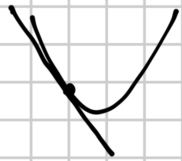
$$y=\frac{3}{20}x^2$$

oppure $\boxed{y=0{,}15x^2}$

Come faccio a verificare che $y = 0{,}15x^2$ e $y = -0{,}60x - 0{,}60x$ sono tangenti?

$\downarrow$

si intersecano in un solo punto



$$\begin{cases} y = 0{,}15x^2 \\ y = -0{,}60x - 0{,}60 \end{cases}$$

il sistema ha una sola soluzione

$\Downarrow$

EQUAZIONE RISOLVENTE

$$\boxed{0{,}15x^2 = -0{,}60x - 0{,}60}$$

ha una sola soluzione

$\Downarrow$

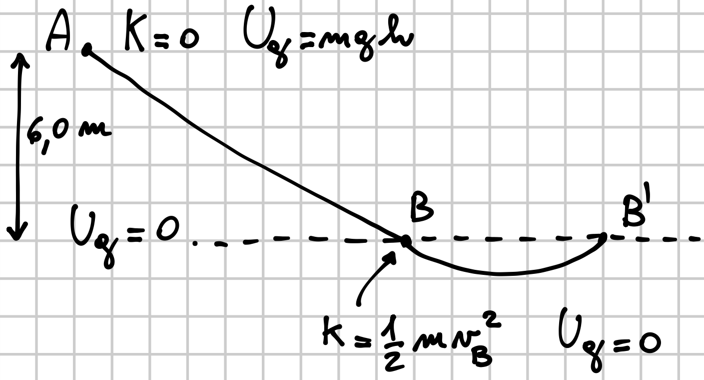
$\Delta = 0$

$$0{,}15x^2 + 0{,}60x + 0{,}60 = 0$$

infatti $\Delta = (0{,}60)^2 - 4 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}60 = 0{,}36 - 0{,}36 = 0$

La condizione di tangenza è che l'equazione risolvente abbia $\Delta = 0$

c) Dato che l'attrito è trascurabile si può usare la conservazione dell'energia meccanica (potenziale + cinetica)



essendo allo stesso livello, l'en. potenziale è la stessa in B e in B'

$\Downarrow$

$K_B = K_{B'} \Rightarrow v_B = v_{B'}$

In B l'en. potenziale iniziale è diventata tutta cinetica

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 = \cancel{m} g h \qquad \overset{= v_{B'}}{v_B} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}8)(6{,}0)} \ \frac{m}{s} =$$

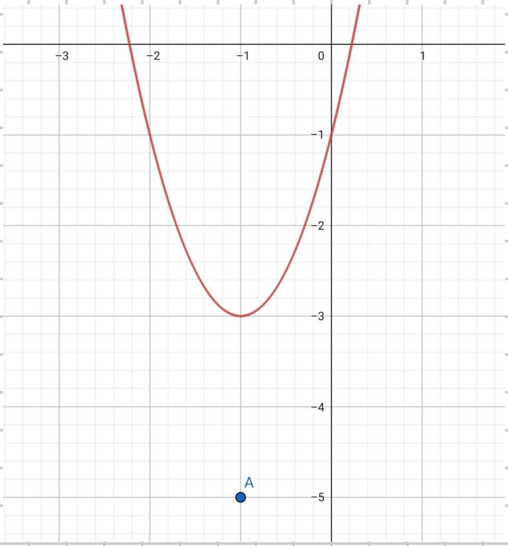
$$= 10{,}84\ldots \ \frac{m}{s} \simeq \boxed{11 \ \frac{m}{s}}$$

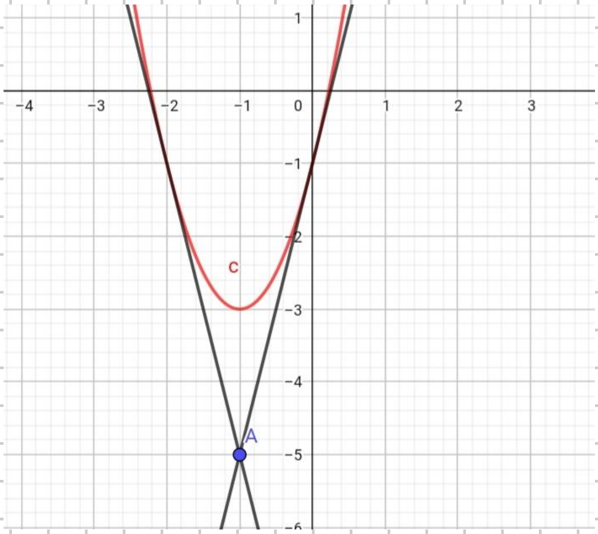
TANGENTI A UNA PARABOLA

$$\Downarrow$$

equazione risolvente con $\Delta = 0$

251 Determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $y = 2x^2 + 4x - 1$ condotte dal punto $A(-1; -5)$. $[y = 4x - 1;\ y = -4x - 9]$





$A(-1, -5)$ $\quad y + 5 = m(x+1)$ fascio di rette per A

$y = mx + m - 5$

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 4x - 1 \\ y = mx + m - 5 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 + 4x - 1 = mx + m - 5 \quad \text{eq. risolvente}$$

$$\underbrace{2}_{a}x^2 + \underbrace{(4-m)}_{b}x + \underbrace{4-m}_{c} = 0$$

il Δ di questa equaz. deve essere 0!

impongo $\Delta = 0$

$$(4-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (4-m) = 0$$

$$16 + m^2 - \cancel{8m} - 32 + \cancel{8m} = 0 \qquad m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$

$m = -4$ $\quad \boxed{y = -4x - 9}$ 1ª TANGENTE $\qquad m = 4$ $\quad \boxed{y = 4x - 1}$ 2ª TANGENTE