RISOLUZIONE GRAFICA DELLA DISEQUAZIONE

294 $\sqrt{-3x-6} \le 2x+13$ $\quad [-5 \le x \le -2]$

Devo disegnare i grafici delle funzioni $y=\sqrt{-3x-6}$

e

$y=2x+13$

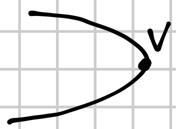
1) $y=\sqrt{-3x-6}$ $\qquad D=\{x \in \mathbb{R} \mid -3x-6 \ge 0\} = (-\infty, -2]$

↓ elevo al quadrato

$-3x-6 \ge 0$

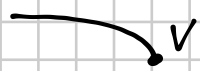
$-3x \ge 6 \qquad x \le -2$

$y^2 = -3x-6$



disegno questa parabola e prendo la parte superiore

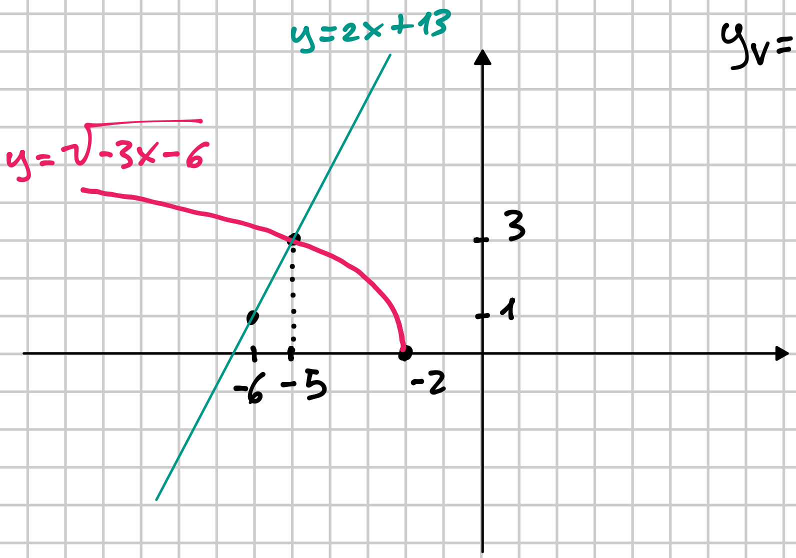
quella da cui sono partito



$x = \overbrace{a}^{-1/3}y^2 + \overbrace{b}^{0}y + \overbrace{c}^{-2}$

$-3x = y^2+6 \qquad x = -\frac{1}{3}y^2 - 2$

$V\left(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$



$y_V = -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow x_V = -2 \qquad V(-2,0)$

x	y
	3

$x = -\frac{1}{3}\cdot 9 - 2 = -5$

2) $y = 2x+13$

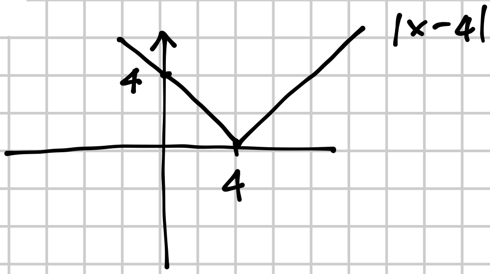
x	y
-6	1
-5	3

La disequazione era $\sqrt{-3x-6} \le 2x+13$

DOMANDA = per quali x il grafico della parabola "sta sotto" (è minore o uguale) al grafico della retta?

RISPOSTA = per $-5 \le x \le -2$ $\quad$ (per $x \in [-5,-2]$)

289 $3-\sqrt{x-1}=|x-4|$ [1; 2; 5]



$y = 3-\sqrt{x-1}$

PARABOLA

$y=|x-4|$

$y-3=-\sqrt{x-1}$

$y^2+9-6y=x-1$

$x=y^2-6y+10$

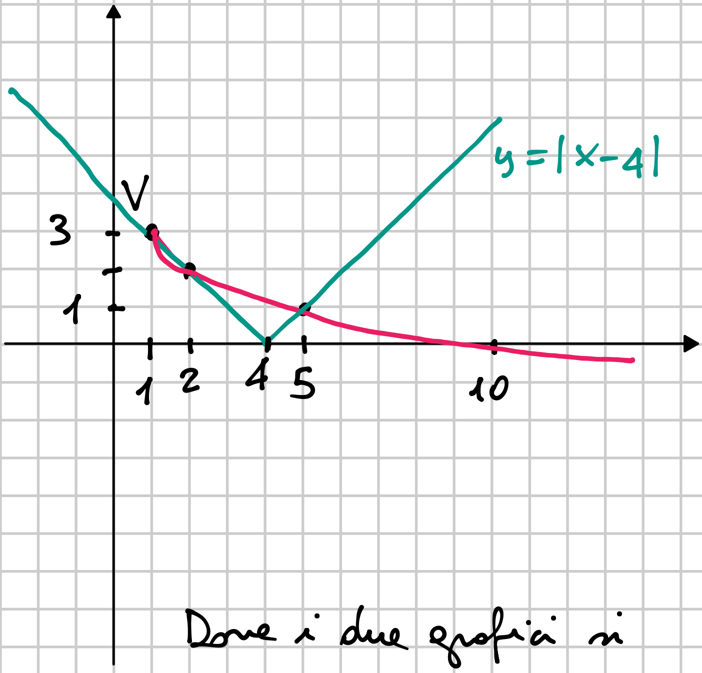
$V\left(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$

$y_V=3$

$x_V = 9-18+10=1$

$V(1,3)$

x	y
2	2
5	1
10	0



Dove i due grafici si intersecano?

In $x=1$, $x=2$, $x=5$

Insieme Soluzione dell'equazione: $\{1,2,5\}$

$\nearrow a<0$

403 Scrivi l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y e concavità rivolta verso il basso, passante per l'origine e per $A\left(1; \frac{7}{8}\right)$ e con vertice sulla retta di equazione $y = 2x - 6$. $\left[y = -\frac{1}{8}x^2 + x\right]$

$\hookrightarrow c=0$

$$y = ax^2 + bx + c$$

passaggio per l'origine $O(0,0)$ $\rightarrow$ $\begin{cases} c=0 \\ \frac{7}{8} = a+b+c \end{cases}$ $\begin{cases} c=0 \\ b = \frac{7}{8} - a \end{cases}$

passaggio per $A\left(1, \frac{7}{8}\right)$

$$y = ax^2 + \left(\frac{7}{8} - a\right)x$$

$$x_V = -\frac{\frac{7}{8}-a}{2a}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{7}{8}-a\right)^2}{4a}$$

dato che V appartiene $\Rightarrow$ alla retta $y=2x-6$, sostituisco le coordinate

$$-\frac{\left(\frac{7}{8}-a\right)^2}{4a} = 2\cdot\left(-\frac{\frac{7}{8}-a}{2a}\right) - 6$$

$$-\frac{\left(\frac{7}{8}-a\right)^2}{4a} = -\frac{\frac{7}{8}-a}{a} - 6 \qquad \frac{\left(\frac{7}{8}-a\right)^2}{\cancel{4a}} = \frac{\frac{7}{2} - 4a + 24a}{\cancel{4a}}$$

$$\frac{49}{64} + a^2 - \frac{7}{4}a = \frac{7}{2} - 4a + 24a$$

$$a^2 - \frac{7}{4}a - 20a + \frac{49}{64} - \frac{7}{2} = 0 \qquad a^2 - \frac{87}{4}a + \frac{49-224}{64} = 0$$

$$a^2 - \frac{87}{4}a - \frac{175}{64} = 0$$

$$\Delta = \frac{7569}{16} + \frac{175}{16} = \frac{7744}{16} = 484 = 22^2$$

$$a = \frac{\frac{87}{4} \pm 22}{2} =$$

$= \diagup$ + N.ACC. perché $a<0$

$\;\;\diagdown$ $-\frac{1}{8}$ OK!

$a = -\frac{1}{8}$

$$y = ax^2 + \left(\frac{7}{8} - a\right)x \Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{8}x^2 + x}$$

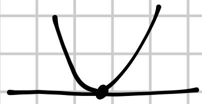
406 **a.** Scrivi le equazioni delle parabole, della forma $y = ax^2 + bx + 4$, tangenti all'asse delle ascisse e aventi, nel punto di ascissa 3, la tangente di coefficiente angolare 2.

b. Determina l'equazione della retta parallela all'asse delle ascisse che forma con le tangenti alle parabole nel loro punto di ascissa $x = 0$ un triangolo di area 32.

[a) $y = x^2 - 4x + 4$ e $y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 4$; b) $y = -4$ e $y = 12$]

a

1) parabola tangente all'asse x $\hookrightarrow$



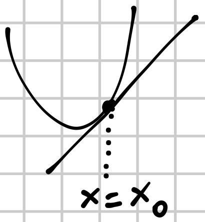
$\rightarrow \quad y_V = 0 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0$

$c = 4$

$b^2 - 4a \cdot 4 = 0$

$$\boxed{b^2 - 16a = 0}$$

2)



$m = 2ax_0 + b$

$x_0 = 3$

$$\boxed{2a \cdot 3 + b = 2}$$

2 equazioni a sistema che mi consentono di trovare a e b

$$\begin{cases} b^2 - 16a = 0 \\ 6a + b = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} (2-6a)^2 - 16a = 0 \\ b = 2 - 6a \end{cases} \quad \begin{cases} 4 + 36a^2 - 24a - 16a = 0 \\ b = 2 - 6a \end{cases}$$

$36a^2 - 40a + 4 = 0 \qquad 9a^2 - 10a + 1 = 0 \qquad \frac{\Delta}{4} = 25 - 9 = 16$

$$a = \frac{5 \pm 4}{9} = \begin{cases} \frac{1}{9} \\ 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{9} \\ b = 2 - \frac{6}{9} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 - 6 = -4 \end{cases}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 4} \qquad \boxed{y = x^2 - 4x + 4}$$

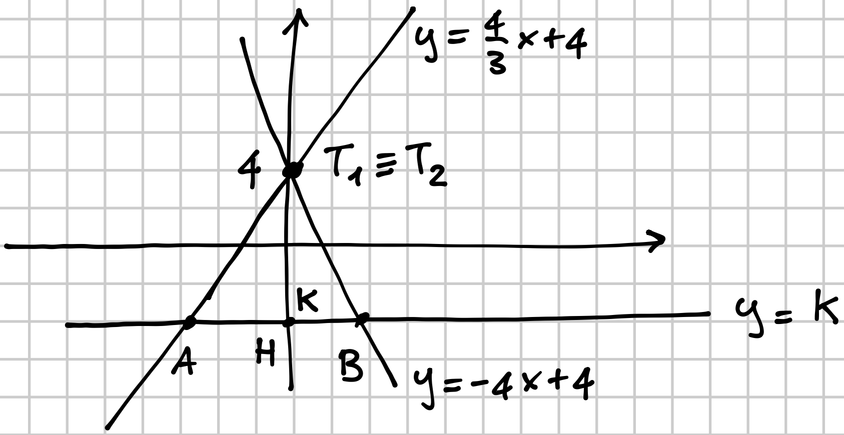
b

$T_1(0, 4) \qquad T_2(0, 4)$ i punti di tangenza coincidono

$m_1 = 2ax_0 + b = \frac{4}{3} \qquad m_2 = 2ax_0 + b = -4$

$t_1: \quad y - 4 = \frac{4}{3}(x - 0) \qquad t_2: \quad y - 4 = -4(x - 0)$

$y = \frac{4}{3}x + 4$ $\qquad$ $y = -4x + 4$



$H(0, k)$

l'altezza del triangolo è $\overline{T_1H} = |k-4|$

$$A \begin{cases} y = k \\ y = \frac{4}{3}x + 4 \end{cases} \qquad \frac{4}{3}x + 4 = k \qquad \frac{4}{3}x = k - 4 \qquad x = \frac{3}{4}(k-4)$$

$$A\left(\frac{3}{4}(k-4), k\right)$$

$$B \begin{cases} y = k \\ y = -4x + 4 \end{cases} \qquad -4x + 4 = k \qquad -4x = k - 4 \qquad x = -\frac{1}{4}(k-4)$$

$$B\left(-\frac{1}{4}(k-4), k\right)$$

$$\overline{AB} = \left|\frac{3}{4}(k-4) + \frac{1}{4}(k-4)\right| = |k-4|$$

$$\mathcal{A}_{T_1AB} = \frac{1}{2}|k-4| \cdot |k-4| = \frac{1}{2}|k-4|^2 = \frac{1}{2}(k-4)^2$$

$$\frac{1}{2}(k-4)^2 = 32 \qquad (k-4)^2 = 64$$

$$k - 4 = \pm 8 \quad \begin{matrix} k = -4 \\ k = 12 \end{matrix}$$

Le due rette sono $\boxed{y = -4 \text{ e } y = 12}$