8/2/2022

259 Determina le coordinate dei punti di intersezione A e B della parabola $y = -x^2 + 4x$ con la retta $y = -x + 4$, essendo A il punto di ascissa minore. Conduci dal punto $C\left(\frac{5}{2}; 6\right)$ le rette tangenti alla parabola e verifica che i punti di tangenza sono A e B. Detto E il punto in cui la tangente in A interseca l'asse x, calcola l'area del triangolo EBC.
$\left[A(1; 3); B(4; 0); \frac{27}{2}\right]$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

$-x + 4 = -x^2 + 4x$

$x^2 - 5x + 4 = 0 \qquad (x-4)(x-1) = 0$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$$

$A(1,3) \qquad B(4,0)$

$C\left(\frac{5}{2}, 6\right) \qquad y - 6 = m\left(x - \frac{5}{2}\right)$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = m\left(x - \frac{5}{2}\right) + 6 \end{cases}$$

$m\left(x - \frac{5}{2}\right) + 6 = -x^2 + 4x$

$x^2 + mx - \frac{5}{2}m + 6 - 4x = 0$

$\underset{a=1}{x^2} + \overbrace{(m-4)}^{b}x + \overbrace{6 - \frac{5}{2}m}^{c} = 0$

IMPONGO

$\Delta = 0$

$\Downarrow$

$(m-4)^2 - 4\left(6 - \frac{5}{2}m\right) = 0 \qquad m^2 + 16 - 8m - 24 + 10m = 0$

$m^2 + 2m - 8 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = 1 + 8 = 9 \qquad m = -1 \pm 3 = \begin{cases} -4 \\ 2 \end{cases}$

$y = -4\left(x - \frac{5}{2}\right) + 6 \qquad \boxed{y = -4x + 16}$

$y = 2\left(x - \frac{5}{2}\right) + 6 \qquad \boxed{y = 2x + 1}$

$t_1: \boxed{y = -4x + 16}$ $A(1,3)$ $B(4,0)$

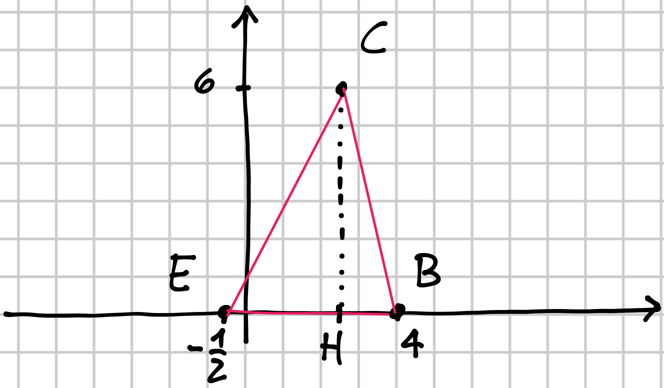
$t_2: \boxed{y = 2x + 1}$

$B \in t_1$ perché $0 = -4 \cdot 4 + 16$ (VERO)

$A \in t_2$ perché $3 = 2 \cdot 1 + 1$ (VERO)

$E \begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 0 = 2x + 1 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases}$ $E\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

$E\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ $B(4,0)$ $C\left(\frac{5}{2}, 6\right)$



$\overline{EB} = |x_E - x_B| =$

$= \left|-\frac{1}{2} - 4\right| = \frac{9}{2}$

$\overline{CH} = 6$

$\mathcal{A}_{EBC} = \frac{1}{2} \overline{EB} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{\cancel{2}_{1}} \cdot \cancel{6}^{3} = \boxed{\frac{27}{2}}$