17/2/2022

5 Trova l'equazione della circonferenza con centro $C(-1;-2)$ e raggio 5. $[x^2+y^2+2x+4y-20=0]$

$P(x,y)$ generico punto della circonferenza

$$\overline{PC}^2 = r^2$$

$$(x+1)^2+(y+2)^2 = 5^2$$

$$x^2+2x+1+y^2+4y+4-25=0$$

$$\boxed{x^2+y^2+2x+4y-20=0}$$

6 Determina il raggio e scrivi l'equazione della circonferenza di centro $C(0;3)$ e passante per $P(2;-1)$.

$[2\sqrt{5};\ x^2+y^2-6y-11=0]$

$\overline{PC} = \sqrt{(2-0)^2+(3+1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ raggio

$$(x-0)^2+(y-3)^2 = 20$$

$$x^2+y^2-6y+9-20=0$$

$$\boxed{x^2+y^2-6y-11=0}$$

Trovare l'eq. della circonferenza per i punti $A(-1,2)$ $B(0,1)$ $C(3,-1)$

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

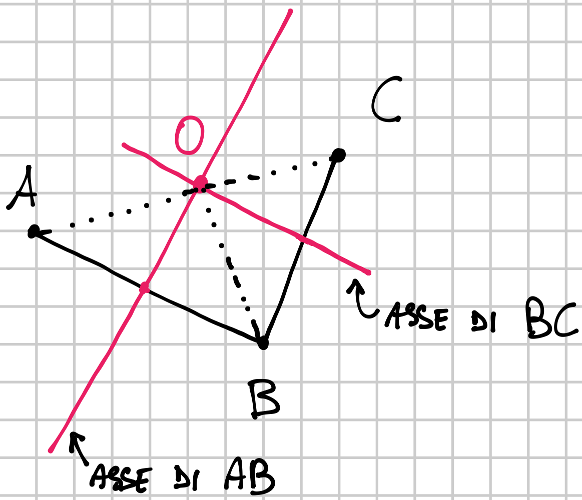
$$\begin{array}{l} A \rightarrow \\ B \rightarrow \\ C \rightarrow \end{array} \begin{cases} 1+4-a+2b+c=0 \\ 1+b+c=0 \\ 9+1+3a-b+c=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5-a+2b+c=0 \\ c=-1-b \\ 10+3a-b+c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5-a+2b-1-b=0 \\ // \\ 10+3a-b-1-b=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -a+b+4=0 \Rightarrow b=a-4 \\ // \\ 9+3a-2b=0 \end{cases}$$

$$9+3a-2(a-4)=0$$
$$9+3a-2a+8=0$$
$$a=-17$$

$$\begin{cases} a=-17 \\ b=-17-4=-21 \\ c=-1+21=20 \end{cases} \qquad \boxed{x^2+y^2-17x-21y+20=0}$$

ALTERNATIVO



O = intersezione dei due assi e quindi è il centro della circonf. per A, B, C

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=$ raggio

$A(-1,2) \quad B(0,1) \quad C(3,-1)$

ASSE DI AB

$$(x+1)^2+(y-2)^2=(x-0)^2+(y-1)^2$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{1}+2x+\cancel{y^2}+4-4y=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+\cancel{1}-2y$$

$$2x-2y+4=0 \qquad x-y+2=0$$

ASSE DI BC

$$(x-0)^2+(y-1)^2=(x-3)^2+(y+1)^2$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}-\cancel{2y}+\cancel{1}=\cancel{x^2}+9-6x+\cancel{y^2}+\cancel{1}+2y$$

$$6x-4y-9=0$$

CENTRO O $\begin{cases} x-y+2=0 \\ 6x-4y-9=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=y-2 \\ 6(y-2)-4y-9=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{17}{2} \\ y=\frac{21}{2} \end{cases}$

$6y-12-4y-9=0$

$2y=21$

$O\left(\frac{17}{2},\frac{21}{2}\right)$

$$r^2=\overline{OB}^2=\left(\frac{17}{2}-0\right)^2+\left(\frac{21}{2}-1\right)^2=\left(\frac{17}{2}\right)^2+\left(\frac{19}{2}\right)^2=\frac{289+361}{4}=$$

RAGGIO AL QUADRATO

$$=\frac{650}{4}=\frac{325}{2}$$

EQ. CIRCONFERENZA

$$\left(x-\frac{17}{2}\right)^2+\left(y-\frac{21}{2}\right)^2=\frac{325}{2}$$

$$x^2+\frac{289}{4}-17x+y^2+\frac{441}{4}-21y-\frac{325}{2}=0$$

$$\boxed{x^2+y^2-17x-21y+20=0}$$

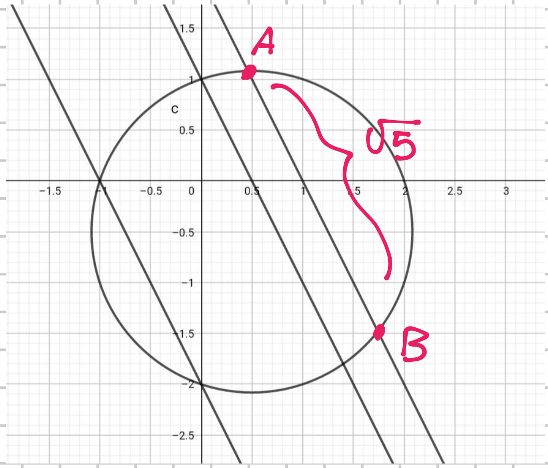
EQ. DI PRIMA :)

148 Nel fascio di rette di equazione $y = -2x + k$, determina le rette sulle quali la circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$$

stacca delle corde di misura $\sqrt{5}$.

$[k = -2; k = 3]$



$$\begin{cases} x^2+y^2-x+y-2=0 \\ y=-2x+k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+(-2x+k)^2-x+(-2x+k)-2=0 \\ y=-2x+k \end{cases}$$

$$x^2+4x^2+k^2-4kx\overbrace{-x-2x}^{-3x}+k-2=0$$

$$5x^2-(4k+3)x+k^2+k-2=0 \qquad \Delta=(4k+3)^2-20(k^2+k-2)=$$

$$=16k^2+9+24k-20k^2-20k+40$$

$$=-4k^2+4k+49$$

$$\begin{cases} x=\dfrac{4k+3\pm\sqrt{\Delta}}{10} \\ y=-\cancel{2}\cdot\dfrac{4k+3\pm\sqrt{\Delta}}{\cancel{10}\,5}+k=\dfrac{-4k-3\mp\sqrt{\Delta}+5k}{5}=\dfrac{k-3\pm\sqrt{\Delta}}{5} \end{cases}$$

$$A\left(\frac{4k+3-\sqrt{\Delta}}{10},\frac{k-3+\sqrt{\Delta}}{5}\right) \quad B\left(\frac{4k+3+\sqrt{\Delta}}{10},\frac{k-3-\sqrt{\Delta}}{5}\right)$$

$$A\left(\frac{4K+3-\sqrt{\Delta}}{10}, \frac{K-3+\sqrt{\Delta}}{5}\right) \quad B\left(\frac{4K+3+\sqrt{\Delta}}{10}, \frac{K-3-\sqrt{\Delta}}{5}\right)$$

Devo imporre $\overline{AB} = \sqrt{5} \iff \overline{AB}^2 = 5$

$$(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 = 5$$

$$\left(\frac{4K+3-\sqrt{\Delta}}{10} - \frac{4K+3+\sqrt{\Delta}}{10}\right)^2 + \left(\frac{K-3+\sqrt{\Delta}}{5} - \frac{K-3-\sqrt{\Delta}}{5}\right)^2 = 5$$

$$\left(\frac{\cancel{4K}\cancel{+3}-\sqrt{\Delta}\cancel{-4K}\cancel{-3}-\sqrt{\Delta}}{10}\right)^2 + \left(\frac{\cancel{K}\cancel{-3}+\sqrt{\Delta}\cancel{-K}\cancel{+3}+\sqrt{\Delta}}{5}\right)^2 = 5$$

$$\left(-\frac{\cancel{2}\sqrt{\Delta}}{\cancel{10}_{5}}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{\Delta}}{5}\right)^2 = 5$$

$$\frac{\Delta}{25} + \frac{4\Delta}{25} = 5 \qquad \frac{\cancel{5}\Delta}{25} = \cancel{5} \implies \Delta = 25$$

$$\Downarrow$$

$$-4K^2 + 4K + 49 = 25$$

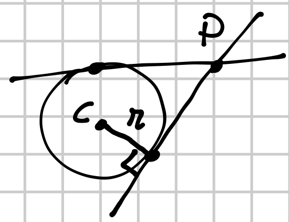
$$-4K^2 + 4K + 24 = 0$$

$$K^2 - K - 6 = 0$$

$$(K-3)(K+2) = 0 \implies \boxed{K = 3 \ \vee \ K = -2}$$

187 Determina l'equazione della circonferenza di centro $C(-3; 0)$ e raggio 5 e scrivi le equazioni delle rette tangenti condotte dal punto $P(7; 5)$. $[x^2 + y^2 + 6x - 16 = 0;\ y = 5;\ 4x - 3y - 13 = 0]$

$$(x+3)^2 + (y-0)^2 = 5^2$$



$$x^2 + 9 + 6x + y^2 - 25 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 16 = 0$$

FASCIO PER P $\quad y - 5 = m(x-7)$

$$y - 5 = mx - 7m$$

$s:\quad mx - y - 7m + 5 = 0 \quad$ F. IMPLICITA

Impongo che la distanza di C da s sia uguale al raggio

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad C(-3,0) \qquad r = 5$$

$$\frac{|-3m - 0 - 7m + 5|}{\sqrt{m^2+1}} = 5$$

$$|-10m + 5| = 5\sqrt{m^2+1}$$

$$|-5(2m-1)| = 5\sqrt{m^2+1}$$

$$\cancel{|-5|}\,|2m-1| = \cancel{5}\sqrt{m^2+1}$$

elevo al quadrato

$$(2m-1)^2 = m^2 + 1$$

$$4m^2 + \cancel{1} - 4m - m^2 - \cancel{1} = 0 \qquad 3m^2 - 4m = 0$$

$$m(3m-4) = 0 \quad m = 0 \ \vee \ m = \frac{4}{3}$$

$$y - 5 = m(x-7)$$

$$m = 0 \implies y - 5 = 0 \qquad \boxed{y = 5 \quad 1^a \text{ tangente}}$$

$$m = \frac{4}{3} \implies y - 5 = \frac{4}{3}(x-7)$$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{28}{3} + 5$$

$$\boxed{y = \frac{4}{3}x - \frac{13}{3} \qquad 2^a \text{ tangente}}$$