3/2/2022

223 Scrivi l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento AO, dove A è il punto di intersezione delle rette di equazioni $y = x + 2$ e $y = 3x - 2$. $[x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0]$

$$\begin{cases} y = x+2 \\ y = 3x-2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2 = 3x-2 \\ y = x+2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 4 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \quad A(2,4)$$

$O(0,0)$

$$C\left(\frac{2+0}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = (1,2) \qquad r = \overline{CO} = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$$

CENTRO = punto medio di AO

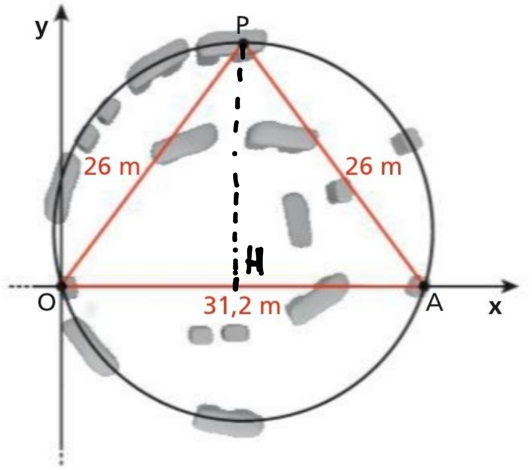
circonferenza di centro C e raggio $\sqrt{5}$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$$

$$x^2 + 1 - 2x + y^2 + 4 - 4y - 5 = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0}$$

237 **REALTÀ E MODELLI** **Stonehenge** Il sito neolitico di Stonehenge, risalente al 2500 a.C. circa, è costituito da megaliti che pesano fino a 50 tonnellate. Gli archeologi sono ormai quasi unanimi nel ritenere che originariamente il sito avesse forma circolare e fosse usato come osservatorio astronomico.
Quanto misura il diametro di Stonehenge? [32,5 m]



$O(0,0)$ $\quad A(31.2, 0)$ $\quad \overline{OH} = 15.6$

$P(15.6, 20.8)$ $\quad \overline{PH} = \sqrt{26^2 - 15.6^2} = 20.8$

Trovo la circonferenza che passa per O, A, P : $\quad x^2+y^2+ax+by+c=0$

$$\begin{aligned} O(0,0) &\Rightarrow \\ A(31.2,0) &\Rightarrow \\ P(15.6,20.8) &\Rightarrow \end{aligned} \begin{cases} c=0 \\ (31.2)^2 + 31.2\,a = 0 \Rightarrow a = -31.2 \\ (15.6)^2 + (20.8)^2 - (31.2)(15.6) + (20.8)b = 0 \end{cases}$$

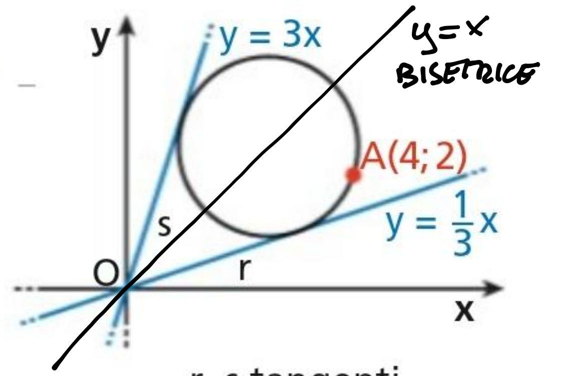
$$\begin{cases} c=0 \\ a=-31.2 \\ b = \dfrac{(31.2)(15.6) - (15.6)^2 - (20.8)^2}{20.8} = -9.1 \end{cases}$$

$$x^2+y^2-31.2x-9.1y=0$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{31.2}{2}\right)^2 + \left(\frac{9.1}{2}\right)^2} = 16.25$$

DIAMETRO $= 2r = \boxed{32,5 \text{ m}}$

274



r, s tangenti

$[x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0]$

Determinare l'eq. della circonferenza che passa per A ed è tangente alle 2 rette

Il centro $C \in y = x$

$C(\alpha, \beta)$ con $\alpha = \beta$

$\Downarrow$

$-\frac{a}{2} = -\frac{b}{2}$

$\Downarrow$

$a = b$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + ax + ay + c = 0$$

passaggio per $A(4,2) \Rightarrow 16 + 4 + 4a + 2a + c = 0$

$$c = -20 - 6a$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + ay - 20 - 6a = 0 \\ y = 3x \end{cases}$$

$$x^2 + 9x^2 + ax + 3ax - 20 - 6a = 0$$

$$10x^2 + 4ax - 20 - 6a = 0$$

$$5x^2 + 2ax - 10 - 3a = 0$$ pongo $\Delta = 0$ $\left(\frac{\Delta}{4} = 0\right)$

$\beta = a$

$\Downarrow$

$$a^2 - 5 \cdot (-10 - 3a) = 0$$

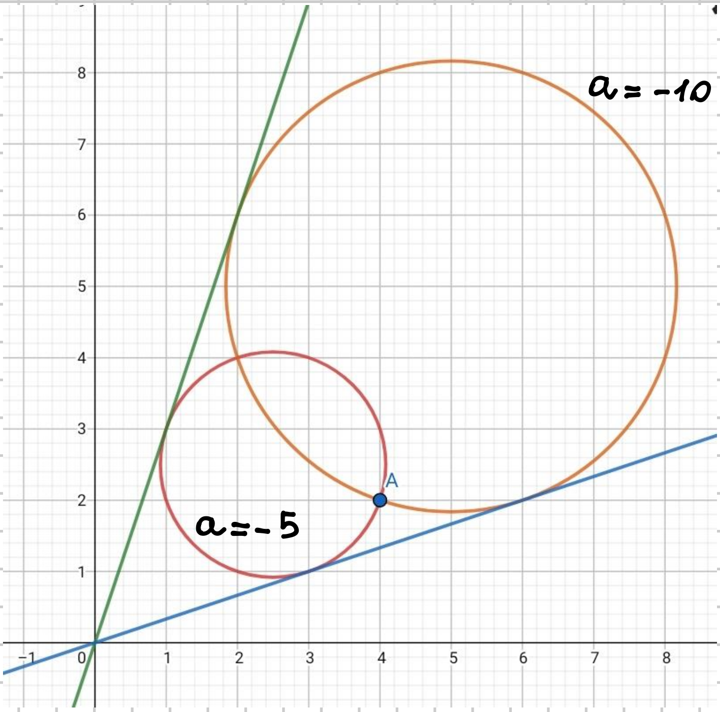
$a^2 + 15a + 50 = 0$ $\quad \Delta = 15^2 - 200 = 25$ $\quad a = \frac{-15 \pm 5}{2} = \begin{cases} -10 \\ -5 \end{cases}$

$$x^2+y^2+ax+ay-20-6a=0$$

$a=-5 \Rightarrow \quad x^2+y^2-5x-5y+10=0 \qquad C_1\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$a=-10 \Rightarrow \quad x^2+y^2-10x-10y+40=0 \qquad C_2(5, 5)$

La circonferenza in figura è la prima



È corretto che siano risultate 2 circonferenze.
Dobbiamo scegliere fra le 2 quella della figura del testo

286 Determina le equazioni delle circonferenze passanti per i punti $A(1; 3)$ e $B(5; -3)$ e aventi raggio $r = \sqrt{26}$. $[x^2 + y^2 - 12x - 4y + 14 = 0;$ $x^2 + y^2 + 4y - 22 = 0]$

$$x^2+y^2+ax+by+c=0 \qquad r=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c}$$

$A(1,3)$

$B(5,-3)$

$r=\sqrt{26}$

$$\begin{cases} 1+9+a+3b+c=0 \\ 25+9+5a-3b+c=0 \\ c=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-26 \end{cases} \qquad \begin{cases} a+3b+c=-10 \\ 5a-3b+c=-34 \\ c=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a+2c=-44 \\ a+3b+c=-10 \\ c=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-26 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-3a-22 \\ a+3b-3a-22=-10 \\ -3a-22=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=-3a-22 \\ -2a+3b=12 \\ \frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+3a-4=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-3a-22 \\ b=4+\frac{2}{3}a \\ a^2+b^2+12a-16=0 \end{cases}$$

$$a^2+\left(4+\frac{2}{3}a\right)^2+12a-16=0$$

$$a^2+\cancel{16}+\frac{4}{9}a^2+\frac{16}{3}a+12a-\cancel{16}=0$$

$$\frac{13}{9}a^2+\frac{52}{3}a=0 \qquad a\left(\frac{13}{9}a+\frac{52}{3}\right)=0$$

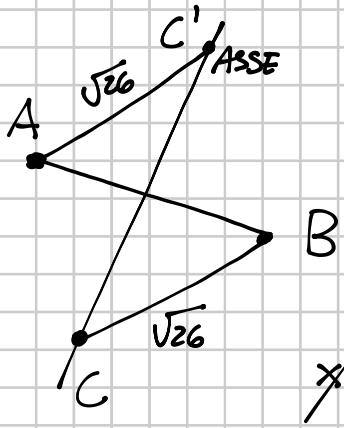
$a=0$

$a=-\frac{\overset{4}{\cancel{52}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{13}}}=-12$

$$\begin{cases} a=0 \\ b=4 \\ c=-22 \end{cases} \quad \boxed{x^2+y^2+4y-22=0} \qquad \begin{cases} a=-12 \\ b=-4 \\ c=14 \end{cases} \quad \boxed{x^2+y^2-12x-4y+14=0}$$

ALTRO MODO

$A(1,3) \qquad B(5,-3) \qquad r=\sqrt{26}$



ASSE DI AB

$$(x-1)^2+(y-3)^2=(x-5)^2+(y+3)^2$$

$$\cancel{x^2}+1-2x+\cancel{y^2}+\cancel{9}-6y=\cancel{x^2}+25-10x+\cancel{y^2}+\cancel{9}+6y$$

$$8x-12y-24=0$$

P(x,y) è un punto dell'asse di AB se soddisfa → $2x-3y-6=0$

P(x,y) dista da A per $\sqrt{26}$ se

$$(x-1)^2+(y-3)^2=26$$

$$\begin{cases} 2x-3y-6=0 \\ (x-1)^2+(y-3)^2=26 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x-3y-6=0 \\ x^2+1-2x+y^2+9-6y-26=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{2}{3}x-2 \\ x^2+\left(\frac{2}{3}x-2\right)^2-2x-6\left(\frac{2}{3}x-2\right)-16=0 \end{cases}$$

$$x^2+\frac{4}{9}x^2+\cancel{4}-\frac{8}{3}x-2x-4x+\cancel{12}-\cancel{16}=0$$

$$\frac{13}{9}x^2-\frac{26}{3}x=0 \qquad x\left(\frac{13}{9}x-\frac{26}{3}\right)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{\cancel{26}^{\,2}}{\cancel{3}_{\,1}}\cdot\frac{\cancel{9}^{\,3}}{\cancel{13}_{\,1}}=6 \end{cases}$$

$C(0,-2) \qquad C'(6,2)$

1ª circ. $(x-0)^2+(y+2)^2=26$ $\quad\boxed{x^2+y^2+4y-22=0}$

2ª circ. $(x-6)^2+(y-2)^2=26$ $\quad\boxed{x^2+y^2-12x-4y+14=0}$