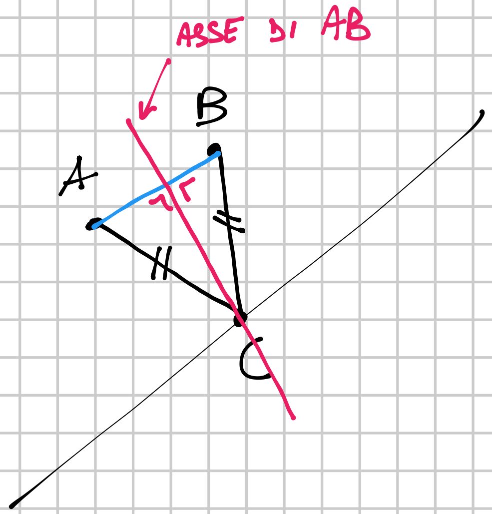
394 Trova l'equazione della circonferenza che passa per i punti $A(0; -1)$ e $B(-3; 0)$ e ha il centro C sulla retta di equazione $6x - y + 4 = 0$. Traccia per il punto D di intersezione della circonferenza con il semiasse positivo delle x la corda DE parallela all'asse y e trova le equazioni delle tangenti in D e in E alla circonferenza che si intersecano in F. Calcola l'area del quadrilatero $CDFE$.

$\left[x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0;\right.$

$\left.3x + 4y - 41 = 0; 3x - 4y - 9 = 0; \frac{100}{3}\right]$



Trovo l'asse del segmento AB e lo interseco con la retta data → trovo C

ASSE DI AB : $(x-0)^2 + (y+1)^2 = (x+3)^2 + (y-0)^2$

$$\cancel{x^2} + \cancel{y^2} + 1 + 2y = \cancel{x^2} + 9 + 6x + \cancel{y^2}$$

$$6x - 2y + 8 = 0 \qquad 3x - y + 4 = 0$$

$C \begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ 6x - y + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases} \quad C(0,4) \qquad r = \overline{CA} = \sqrt{(0-0)^2 + (4+1)^2} =$

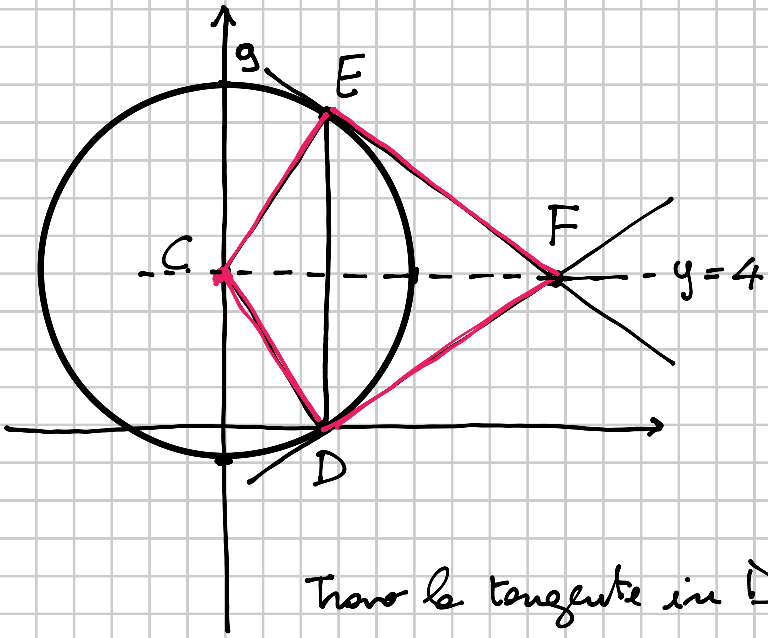
$= 5$

CIRCONFERENZA

CENTRO C E RAGGIO r : $(x-0)^2 + (y-4)^2 = 5^2$

$$x^2 + y^2 - 8y + 16 - 25 = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0}$$



$$\begin{cases} x^2+y^2-8y-9=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\pm 3 \\ y=0 \end{cases} \qquad D(3,0)$$

Trovo la tangente in $D(3,0)$

$$y-0=m(x-3)$$

$$y=mx-3m \Rightarrow mx-y-3m=0$$

impongo che la distanza della retta dal centro sia uguale al raggio

$$C(0,4)$$

$$\frac{|-4-3m|}{\sqrt{m^2+1}}=5$$

$$|-4-3m|=5\sqrt{m^2+1}$$ elevo al quadrato

$$16+9m^2+24m=25(m^2+1)$$

$$25m^2+25-16-9m^2-24m=0$$

$$16m^2-24m+9=0 \qquad (4m-3)^2=0 \Rightarrow m=\frac{3}{4}$$

$$\boxed{y=\frac{3}{4}x-\frac{9}{4}}$$ retta tangente in D

$$E=\begin{cases} x^2+y^2-8y-9=0 \\ x=3 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{9}+y^2-8y-\cancel{9}=0 \\ x=3 \end{cases} \quad \begin{cases} y(y-8)=0 \\ x=3 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \lor y=8 \\ x=3 \end{cases}$$

$E(3,8)$

Dato che la tangente in E è una retta simmetrica rispetto a $y=4$ della tangente in D, il suo coeff. angolare è $-\frac{3}{4}$

opposto del coeff. angolare della tangente in D

retta per $E(3,8)$ di coeff. angolare $-\frac{3}{4}$

$$y-8=-\frac{3}{4}(x-3)$$

$$y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{4}+8 \qquad \boxed{y=-\frac{3}{4}x+\frac{41}{4}}$$ retta tangente in E

$$F\begin{cases} y=4 \\ y=\frac{3}{4}x-\frac{9}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} y=4 \\ 16=3x-9 \end{cases} \quad \begin{cases} y=4 \\ 3x=25 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{25}{3} \\ y=4 \end{cases} \quad F\left(\frac{25}{3},4\right)$$

$$\overline{CF}=\frac{25}{3}$$

$$\mathcal{A}=2\mathcal{A}_{CDF}=\frac{1}{2}\left(\frac{25}{3}\cdot 4\right)\cdot 2=\frac{100}{3}$$