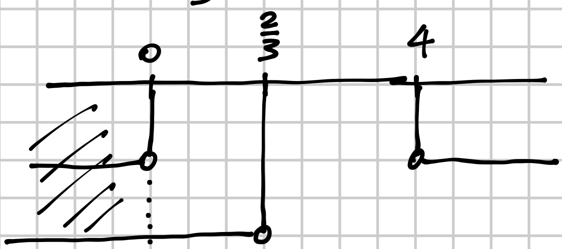
73 Determina i valori del parametro k affinché l'equazione $\frac{x^2}{k^2-4k}+\frac{y^2}{2-3k}=1$:

a. rappresenti un'ellisse; **b.** rappresenti una circonferenza. [a) $k<0$; b) $k=-1$]

a) $\begin{cases} k^2-4k>0 \\ 2-3k>0 \end{cases}$ $\begin{cases} k(k-4)>0 \\ -3k>-2 \end{cases}$ $\begin{cases} k<0 \quad \vee \quad k>4 \\ k<\frac{2}{3} \end{cases}$ $\boxed{k<0}$



b) $\begin{cases} k^2-4k=2-3k \\ k<0 \end{cases}$ $\begin{cases} k^2-k-2=0 \\ k<0 \end{cases}$ $\begin{cases} (k-2)(k+1)=0 \\ k<0 \end{cases}$

Condizione affinché sia un'ellisse (NECESSARIA)

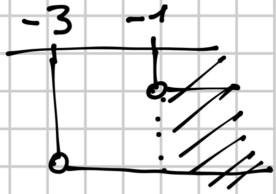
$\begin{cases} \overset{N.A.}{k=2} \quad \vee \quad k=-1 \\ k<0 \end{cases}$ $\Rightarrow \boxed{k=-1}$

69 Dopo aver trovato i valori di k affinché l'equazione

$$\frac{x^2}{4k+4} + \frac{y^2}{3+k} = 1$$

rappresenti un'ellisse, determina per quale valore di k l'ellisse passa per il punto $(2; \sqrt{2})$. $[k > -1; k = 1]$

$$\begin{cases} 4K + 4 > 0 \\ 3 + K > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} K > -1 \\ K > -3 \end{cases} \Rightarrow K > -1$$



$$\begin{cases} K > -1 \\ \dfrac{4}{4K+4} + \dfrac{2}{3+K} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} K > -1 \\ \dfrac{4(3+K)+2(4K+4)}{\cancel{(4K+4)(3+K)}} = \dfrac{(4K+4)(3+K)}{\cancel{(4K+4)(3+K)}} \end{cases}$$

$$\cancel{12} + \cancel{4K} + 8K + 8 = 12K + 4K^2 + \cancel{12} + \cancel{4K}$$

$$4K^2 + 4K - 8 = 0 \qquad K^2 + K - 2 = 0 \qquad (K+2)(K-1) = 0$$

$$\begin{cases} K = \overset{N.A.}{-2} \vee \boxed{K = 1} \\ K > -1 \end{cases}$$

173 Scrivi l'equazione dell'ellisse avente un vertice nel punto $(-3; 0)$ e passante per $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}; -2\right)$.

$[8x^2 + 9y^2 = 72]$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad A_1(-3,0) \Rightarrow a = 3$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \frac{1}{b^2} = K$$

$$\frac{x^2}{9} + Ky^2 = 1$$

sostituisco $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -2\right) \Rightarrow \frac{1}{\cancel{9}} \cdot \frac{\cancel{9} \cdot \cancel{2}}{\cancel{4}_2} + 4K = 1$

$$4K = 1 - \frac{1}{2} \qquad 4K = \frac{1}{2} \qquad K = \frac{1}{8}$$

$$\boxed{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1}$$

180 Determina l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse x, di eccentricità $e = \sqrt{\frac{2}{3}}$, sapendo che passa per $(-\sqrt{3}; -\sqrt{2})$. $\left[\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1\right]$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

fuochi su asse x $\Rightarrow$ $e = \frac{c}{a}$ $\quad \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{2}{3}}\, a$

$P(-\sqrt{3}, -\sqrt{2}) \Rightarrow \frac{3}{a^2} + \frac{2}{b^2} = 1$

fuochi su asse x $\Rightarrow$ $a^2 - b^2 = c^2$ $\quad b^2 = a^2 - c^2 = a^2 - \frac{2}{3}a^2 = \frac{1}{3}a^2$

$$\frac{3}{a^2} + \frac{2}{\frac{1}{3}a^2} = 1 \qquad \frac{3}{a^2} + \frac{6}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 9$$

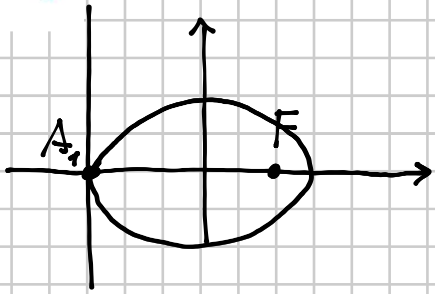
$$b^2 = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$$

$$\boxed{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1}$$

181 Scrivi l'equazione dell'ellisse che ha un fuoco nel punto $F(2;0)$ ed è tangente alla retta di equazione $x=-2\sqrt{2}$.

$$\left[\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\right]$$

fuochi sull'asse x e $c=2$



$x=-2\sqrt{2}$

tangente in $A_1(-2\sqrt{2},0)$

$\Downarrow$

$a=2\sqrt{2}$

$$b^2=a^2-c^2=(2\sqrt{2})^2-2^2=8-4=4$$

$$\boxed{\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1}$$

141 Conduci da $P\left(6;-\frac{3}{2}\right)$ le tangenti all'ellisse di equazione $x^2+4y^2=9$.

$[2y+3=0;\ 4x+6y-15=0]$

$$x^2+4y^2=9 \qquad \frac{x^2}{9}+\frac{4y^2}{9}=1 \qquad \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{\frac{9}{4}}=1$$

$$\begin{cases} y+\frac{3}{2}=m(x-6) \quad \text{fascio di centro } P \\ x^2+4y^2=9 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=mx-6m-\frac{3}{2} \\ x^2+4\left(mx-6m-\frac{3}{2}\right)^2-9=0 \end{cases}$$

$$x^2+4\left(m^2x^2+36m^2+\frac{9}{4}-12m^2x-3mx+18m\right)-9=0$$

$$x^2+4m^2x^2+144m^2+\cancel{9}-48m^2x-12mx+72m-\cancel{9}=0$$

$$(1+4m^2)x^2-2(24m^2+6m)x+144m^2+72m=0$$

$$\frac{\Delta}{4}=0 \Rightarrow \quad (24m^2+6m)^2-(1+4m^2)(144m^2+72m)=0$$

$$(24m^2+6m)^2-(1+4m^2)(144m^2+72m)=0$$

$$\cancel{576m^4}+36m^2+\cancel{288m^3}-144m^2-72m-\cancel{576m^4}-\cancel{288m^3}=0$$

$$-108m^2-72m=0$$

$$-36m(3m+2)=0 \quad \begin{cases} m=0 \\ m=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$y=mx-6m-\frac{3}{2}$$

$$m=0 \Rightarrow \boxed{y=-\frac{3}{2}}$$

$$m=-\frac{2}{3} \Rightarrow y=-\frac{2}{3}x+4-\frac{3}{2} \qquad \boxed{y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{2}}$$